

**Escola Politécnica da USP**  
**Depto de Engenharia Hidráulica e Sanitária**  
**PHD 307- Hidrologia Aplicada**



**Escoamento Superficial**

- **Análise do Hidrograma**
- **Hidrograma Unitário**

*Prof. Dr. Rubem La Laina Porto*

*Prof. Dr. Kamel Zahed Filho*

*Eng. Silvana Susko Marcellini*

**São Paulo**  
**1999**

### **Resumo**

Esta apostila tem como objetivo auxiliar o aluno no aprendizado do processo de escoamento superficial direto, com ênfase na técnica do Hidrograma Unitário. O Hidrograma Unitário consiste na resposta de uma dada bacia devido à determinada precipitação denominada unitária.

As informações obtidas deste método são utilizadas em projetos de galerias de águas pluviais, bueiros rodoviários, vertedores de barragens e estruturas de proteção contra enchentes.

### **Objetivo**

Você deverá, após o estudo deste texto, ser capaz de:

- Saber interpretar um hidrograma, separando-o em seus diversos tipos de escoamento;
- Obter um Hidrograma Unitário a partir de um Hidrograma observado e vice-versa;
- Transformar um hidrograma unitário em outro de duração unitária diferente pela curva S;
- Obter um Hidrograma Unitário Sintético, a partir das características de uma bacia..

## ÍNDICE

Página

<b>1. Introdução.....</b>	<b>1</b>
1.1. Escoamento subterrâneo, subsuperficial e superficial.....	1
1.2. Alguns conceitos importantes.....	2
<b>2. Hidrograma.....</b>	<b>3</b>
2.1. Definição.....	3
2.2. Fatores que influenciam a forma do hidrograma de ESD.....	4
2.3. Separação dos escoamentos de um Hidrograma.....	5
<b>3. Obtenção do Hietograma da Chuva Excedente.....</b>	<b>8</b>
<b>4. Hidrograma Unitário.....</b>	<b>9</b>
4.1. Definição.....	9
4.2. Determinação do HU com base em dados Históricos.....	11
4.3. Conversão do HU para diferentes durações.....	15
4.4. Determinação do HU em regiões sem dados históricos.....	19
a) Método de Snyder.....	20
b) Método de Clark.....	26
c) Método de Santa Bárbara.....	31
<b>5. Bibliografia.....</b>	<b>32</b>

### Anexos

## 1. Introdução

Esta apostila trata do Hidrograma Unitário. Faz-se uma definição dos escoamentos subterrâneo, subsuperficial e superficial, alguns conceitos importantes para a compreensão do assunto

### 1.1. Escoamento subterrâneo, subsuperficial e superficial

O **escoamento superficial** é o processo do ciclo hidrológico do deslocamento das águas na superfície da Terra, ou seja, representa o fluxo sobre a superfície do solo das bacias hidrográficas e pelos seus múltiplos canais.

Além do escoamento superficial há outros dois tipos de escoamento: o **subsuperficial** (*também chamado de hipodérmico*) que é definido como o fluxo que se dá logo abaixo da superfície, na altura das raízes da cobertura vegetal e; o **subterrâneo** (ou *básico*) que corresponde ao fluxo devido à contribuição do aquífero (região saturada do solo com água em movimento) aos canais superficiais.

O escoamento subsuperficial, ocorrendo nas camadas superiores do solo, é difícil de ser separado do escoamento superficial, principalmente porque se houver uma pequena depressão no relevo o escoamento subsuperficial se torna superficial, como mostra a figura 1.1.

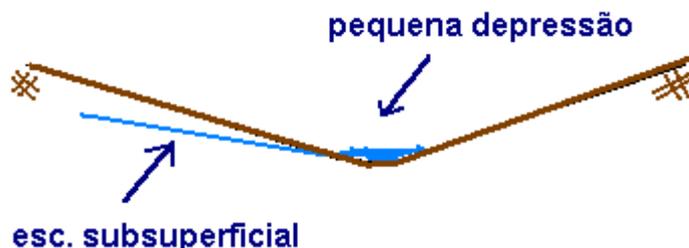


Figura 1.1: Caracterização do escoamento subsuperficial

Em geral, os escoamentos superficial e subterrâneo correspondem à maior parcela do volume de um hidrograma.

O escoamento superficial tem origem, fundamentalmente, nas precipitações, porém estas também contribuem para o escoamento subsuperficial e subterrâneo.

Verifica-se que o escoamento superficial começa algum tempo após o início da precipitação. O intervalo decorrido corresponde à ação da interceptação pelos vegetais e obstáculos, à saturação do solo, à acumulação nas depressões do terreno e à formação de uma lâmina d'água mínima (esta lâmina d'água aumenta sua espessura

até atingir uma altura mínima, quando a água começa a escoar sobre o solo, iniciando assim o escoamento superficial).

À medida em que as águas vão atingindo os pontos mais baixos do terreno, passam a escoar em canículos que formam a *microrrede de drenagem*. Sob ação da erosão, aumentam-se as dimensões desses canículos até se formar os córregos e os rios.

## 1.2. Alguns conceitos importantes

A seguir são apresentadas algumas definições básicas para o entendimento do assunto em questão.

[Vazão](#)

[Hidrograma](#)

[Escoamento Superficial Direto \(ESD\)](#)

[Coefficiente de Deflúvio](#)

[Chuva Efetiva](#)

[Tempo de retardo \(tl\)](#)

[Tempo do pico \(tp\)](#)

[Tempo de concentração \(tc\)](#)

[Tempo de ascensão \(tm\)](#)

[Tempo de base \(tb\)](#)

[Tempo de recessão \(te\)](#)

## 2. Hidrograma

### 2.1. Definição

O hidrograma pode ser entendido como resposta da bacia hidrográfica, em função de suas características fisiográficas que regem as relações entre chuva e escoamento de uma bacia hidrográfica a uma dada precipitação e a contribuição de um aquífero.

Um hidrograma típico produzido por uma chuva intensa apresenta uma curva com um pico único (figura 2.1). Um hidrograma pode apresentar picos múltiplos se houver variações abruptas na intensidade da chuva, uma seqüência de chuvas intensas ou uma recessão anormal do escoamento subterrâneo.

“Na seção do curso de água, onde se está registrando a vazão, verifica-se que após o início da precipitação, decorrido certo intervalo de tempo ( instante  $t_0$ ), o nível da água começa a elevar-se. A vazão cresce desde o instante correspondente ao ponto A (figura 2.1) até o instante correspondente ao ponto C, quando atinge seu valor máximo.”(Souza Pinto, 1976).

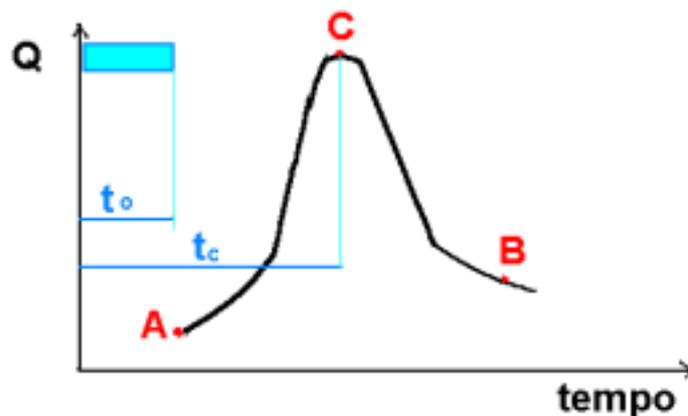


Figura 2.1 : Hidrograma típico

Terminada a precipitação, o escoamento superficial prossegue durante certo tempo e a curva de vazão vai decrescendo (trecho CB). A vazão neste trecho se deve principalmente à diminuição da espessura da lâmina d'água sobre a superfície do solo. A este trecho denomina-se curva de depleção do escoamento superficial. Esta região termina quando o escoamento superficial acaba (fim da lâmina d'água), restando somente o escoamento subterrâneo.

**Recessão**, nesta fase somente o escoamento subterrâneo está contribuindo para a vazão total do rio.

Vamos agora tomar em consideração o que ocorre no solo durante a precipitação e o período seguinte.

A contribuição da vazão subterrânea é influenciada pela infiltração na camada superior do solo, sua percolação e conseqüente aumento do nível do aquífero, retratado na figura 2.2 pela linha *MN* que se movimentata para *TS*.

Para efeitos práticos, a linha que representa a contribuição da água do lençol subterrâneo ao curso de água costuma ser representada por uma linha *AB* (figura 2.1).

“Chama-se **curva de depleção da água do solo** ao trecho a partir do ponto *B*, correspondente a uma diminuição lenta da vazão do curso de água que é alimentado exclusivamente pela água subterrânea, em razão do seu escoamento natural.”(Souza Pinto, 1976).

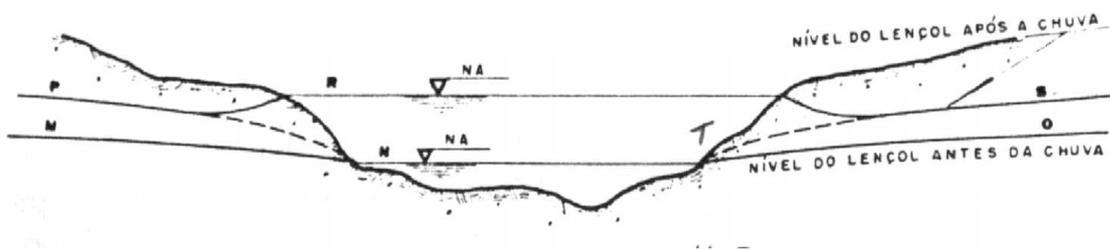


Figura 2.2 : Nível do lençol freático

## 2.2. Fatores que influenciam a forma do hidrograma de ESD

Os fatores que influenciam a forma do hidrograma são:

- **Relevo** (densidade de drenagem, declividade do rio e da bacia, capacidade de armazenamento e forma). Bacias íngremes e com boa drenagem têm hidrogramas íngremes com pouco escoamento de base.

Bacias com grandes áreas de extravasamento tendem a regularizar o escoamento e reduzir o pico.

Bacias mais circulares antecipam e têm picos de vazões maiores do que bacias alongadas.

- **Cobertura da Bacia** : cobertura vegetal tende a retardar o escoamento e aumentar perdas por evaporação.
- **Modificações artificiais no rio** : reservatórios de regularização reduzem os picos, enquanto canalizações podem aumentar os picos.

- **Distribuição, duração e intensidade da precipitação** : Chuvas deslocando-se de jusante para montante geram hidrogramas com picos menores (eventualmente dois picos).

As chuvas convectivas de grande intensidade e distribuídas numa pequena área, podem provocar as grandes enchentes em pequenas bacias. Para bacias grandes, as chuvas frontais são mais importantes.

- **Solo** : Interfere na quantidade de chuva transformada em chuva efetiva.

### 2.3. Separação dos escoamentos em um hidrograma

É muito difícil delimitar com precisão as linhas divisórias dos diversos componentes de um hidrograma. Entretanto, há alguns métodos empíricos simples, que permitem separar estes componentes com o propósito de análise do hidrograma.

- **Definição dos pontos de início e término do Escoamento Superficial Direto**

Inicialmente, identificam-se os pontos de início e término do escoamento superficial direto no hidrograma observado. O ponto de início é facilmente visualizado, pois há um crescimento brusco da vazão com o tempo. Para a determinação do término do escoamento superficial direto, a obtenção direta não é tão simples, pois o trecho final do escoamento superficial direto possui uma curvatura suave, que o torna difícil de separá-lo visualmente do trecho em que há apenas escoamento básico.

Para auxiliar a determinação do ponto de término do escoamento superficial direto no hidrograma observado, admite-se que o escoamento básico se processe de acordo com a teoria do [reservatório linear](#).

O reservatório linear é um modelo simplificado para representar matematicamente os escoamentos na bacia. O trecho do hidrograma em que há apenas escoamento básico segue uma lei de decaimento exponencial com o tempo. O término do escoamento superficial pode ser determinado pelo seguinte processo:

- Inicialmente determina-se a faixa onde provavelmente está o término do escoamento superficial direto;
- Plotam-se os pares de valores, tempo e vazão da faixa considerada em papel mono-log, procurando definir uma reta que representa o escoamento básico (supõe-se que no hidrograma observado a mudança de declividade na faixa descendente defina o término do escoamento superficial direto);
- O ponto onde a reta do escoamento básico separa-se do hidrograma define o ponto C na figura 2.4.

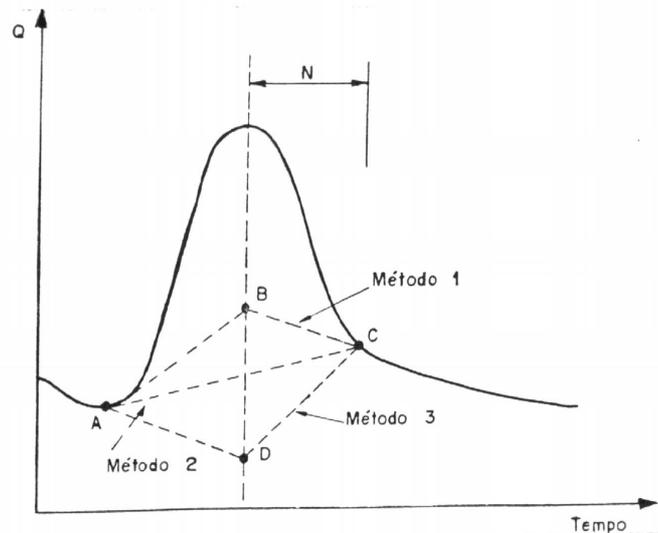


Figura 2.4 : Formas de separação do hidrograma

- **Traçado da linha que representa o escoamento básico entre A e B**

Existem três métodos para definir o traçado da linha divisória dos hidrogramas de escoamento básico e superficial direto entre os pontos de início (A) e término do escoamento superficial direto (B). Não há uma metodologia consagrada. Vale lembrar que não há confirmação prática de nenhuma delas. Por outro lado, não é muito significativa a diferença de volumes de escoamento direto, qualquer que seja a técnica escolhida.

- **1º método**

“Este método é o mais simples. Separa o escoamento total em duas partes: escoamento superficial direto e escoamento básico (ou subterrâneo). Na prática, esta separação é feita de maneira simplificada, pois não é significativa a consideração da quantidade exata (que é desconhecida de qualquer forma) a ser incluída como escoamento básico.

Neste método, basta ligar os pontos **A** (caracterizado pelo início da ascensão do hidrograma, ou do escoamento superficial) e **C** (caracterizado pelo término do escoamento superficial) por uma reta (Tucci, 1993).

Para a determinação do ponto **C** existem vários critérios, o da inspeção visual é o mais simples.

Este procedimento (inspeção visual) se baseia na plotagem das vazões numa escala monologarítmica. Como a recessão tende a seguir uma equação exponencial, numa escala logarítmica a mesma tende para uma reta. Quando ocorre modificação substancial da declividade da reta de recessão, o ponto **C** é identificado.

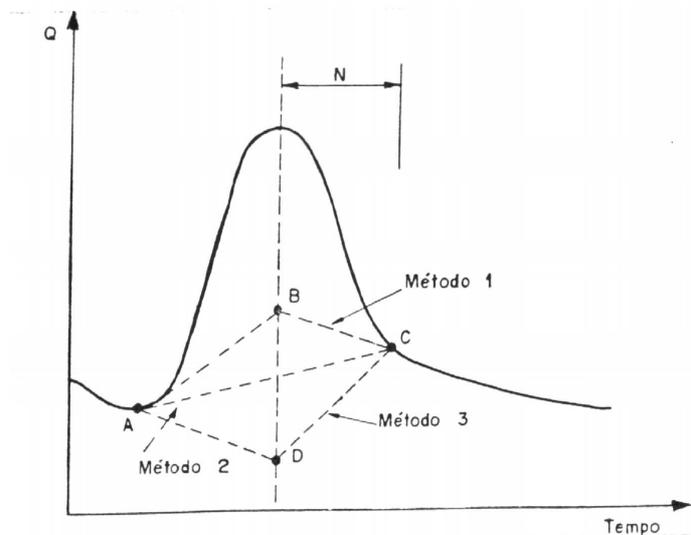


Figura 2.4 : Formas de separação do hidrograma

- **2º método**

Consiste em extrapolar a curva de recessão a partir do ponto **C** até encontrar o ponto **B**, localizado abaixo da vertical do pico. Ligam-se os pontos A, B e C. O volume acima da linha **ACB** é o **escoamento superficial** e o volume abaixo é o **subterrâneo** (ou básico) (vide figura 2.4).

O procedimento para se obter o ponto B pode ser o da inspeção visual citada no 1º método.

- **3º método**

Liga-se o ponto A até a vertical do pico ( ponto D, figura 2.4), e ligam-se os pontos D e C para se obter a separação dos escoamentos.

Pode-se observar que qualquer processo é arbitrário. Para a maioria dos hidrogramas, o volume correspondente ao volume total do hidrograma corresponde a uma pequena porcentagem e os erros cometidos não são significativos.

### 3.Obtenção do Hietograma da Chuva Excedente

Entende-se por **hietograma da chuva excedente**, à parcela do hietograma que contribui diretamente para o escoamento superficial direto na bacia, ou seja, é a parcela da precipitação que não infiltra.

Uma vez **definido o hidrograma de escoamento superficial direto**, a partir de um hidrograma observado, **pode-se calcular seu volume**, expresso em unidade de altura equivalente, procedendo-se da seguinte forma:

- Faz-se a integração do hidrograma de escoamento superficial direto entre os dois pontos definidos anteriormente como A e C ( início e término do escoamento superficial direto do hidrograma observado). Divide-se esse volume pela área da bacia hidrográfica e obtém-se a **altura equivalente do escoamento superficial direto**.

Desta forma, dispondo-se do hietograma observado, correspondente ao evento que gerou o hidrograma analisado, resta definir que parcela desse hietograma contribuiu diretamente para o escoamento superficial direto ( entre A e C) e que parcela contribuiu para o escoamento básico ( entre A e C e nos instantes posteriores a C).

A obtenção do hietograma da chuva excedente pode-se dar de forma analítica, através do cálculo da infiltração. Podem ser aplicados os diversos métodos conhecidos para o cálculo da infiltração. Como exemplo: o método do SCS, método de Green-Ampt entre outros.

Para se obter a infiltração de uma forma simplificada, admite-se que a curva de capacidade de infiltração não sofra redução do seu potencial, durante o evento da chuva observada, o que equivale a dizer, que a curva de infiltração é uma reta horizontal (paralela ao eixo dos tempos). A essa capacidade de infiltração, denomina-se de **índice  $\phi$**  ([exemplo](#)).

## 4. Hidrograma Unitário

### 4.1. Definição

O Hidrograma Unitário (HU) é um hidrograma de escoamento superficial direto, onde a área sob esta curva corresponde a um **volume unitário de escoamento superficial direto**, resultante de uma **chuva efetiva com intensidade e duração unitárias**.

A definição de chuva unitária é arbitrária, entretanto para efeito de comparação entre HU's, costuma-se manter um padrão. Por exemplo, uma chuva com 1 mm e duração de 1h pode ser adotada como chuva unitária. Admite-se que essa chuva seja uniformemente distribuída sobre a bacia.

O Hidrograma Unitário é um dos métodos mais práticos disponíveis para determinar a relação entre a precipitação e o hidrograma resultante.

As informações tiradas do emprego do método, podem ser empregadas na determinação de um hidrograma de projeto para definição de capacidades de obras tais como: galerias de águas pluviais, bueiros rodo-ferroviários, vertedores de barragens e estruturas de proteção contra enchentes.

A obtenção do Hidrograma Unitário é fundada em três princípios básicos que são:

- **1º Princípio**

Para chuvas efetivas de intensidade constante e de mesma duração, os tempos de escoamento superficial direto são iguais (**Princípio da Constância do Tempo de Base**) (Figura 4.1).

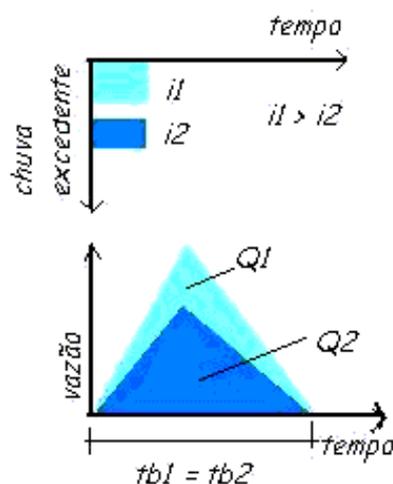


Figura 4.1: Princípio da Constância do Tempo de Base

- **2° Princípio**

Chuvas efetivas de mesma duração, porém com volumes de escoamento superficial diferentes, irão produzir em tempos correspondentes, volumes de ESD proporcionais às ordenadas do hidrograma e às chuvas excedentes (**Proporcionalidade das Descargas ou Princípio da Afinidade**) (Figura 4.2).

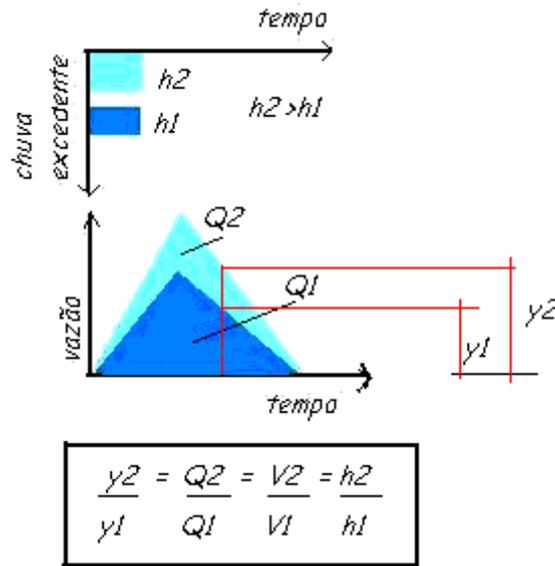


Figura 4.2: Proporcionalidade das Descargas ou Princípio da Afinidade

- **3° Princípio**

A duração do escoamento superficial de uma determinada chuva efetiva independe de precipitações anteriores. O hidrograma total referente a duas ou mais chuvas efetivas é obtido adicionando-se as ordenadas de cada um dos hidrogramas em tempos correspondentes (**Princípio da Aditividade**) (Figura 4.3).

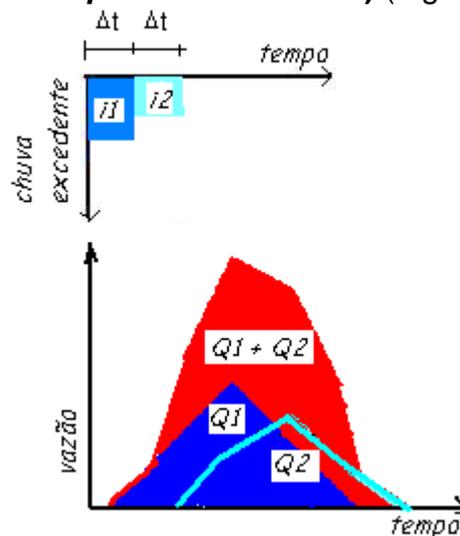
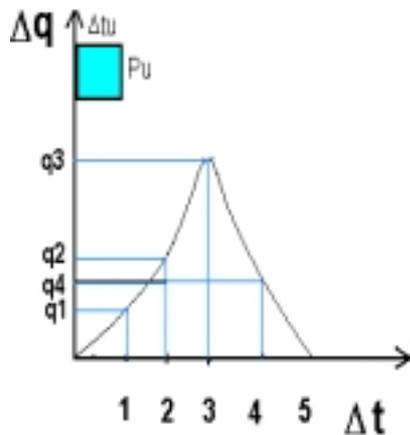


Figura 4.3: Princípio da Aditividade

## 4.2 Determinação do HU com base em dados históricos

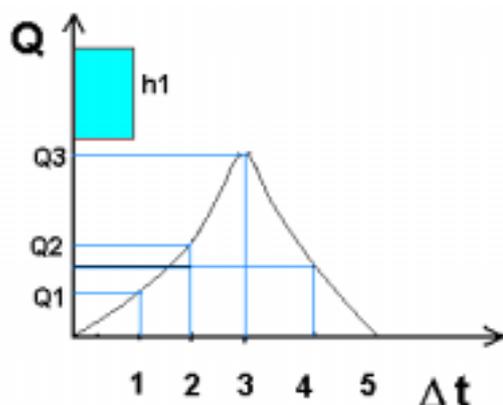
Seja um hidrograma resultante de uma chuva efetiva de intensidade e duração unitária (figura 4.4):



$q_1, q_2, \dots, q_n$  = ordenadas do HU

Figura 4.4: Hidrograma Unitário

Para uma chuva de mesma duração, mas de intensidade maior ou menor que a unitária, através do 2º princípio se obtém as ordenadas  $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$ , proporcionais à  $q_1, q_2, \dots, q_n$ , respectivamente (figura 4.5). Assim:



$$\begin{aligned} Q_1 &= P_1 \cdot q_1 \\ Q_2 &= P_1 \cdot q_2 \\ Q_3 &= P_1 \cdot q_3 \\ &\dots \\ Q_n &= P_1 \cdot q_n \end{aligned} \quad \text{Onde} \quad P_1 = h_1 / P_u$$

Figura 4.5 : Hidrograma resultante da primeira chuva

Caso no próximo intervalo  $\Delta t_u$ , haja uma nova precipitação ( $P_2$ ), a partir do 2º princípio, o hidrograma definido por essa chuva (figura 4.6) será:

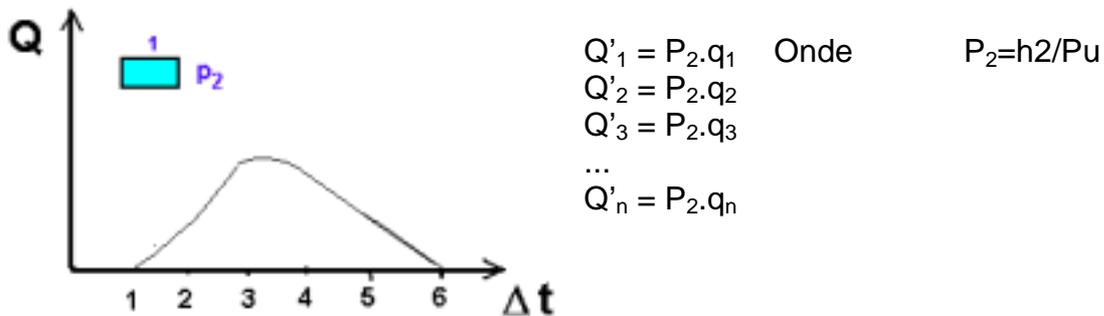


Figura 4.6 : Hidrograma resultante da segunda chuva

E pelo 3º princípio, o hidrograma resultante (figura 4.7) será:

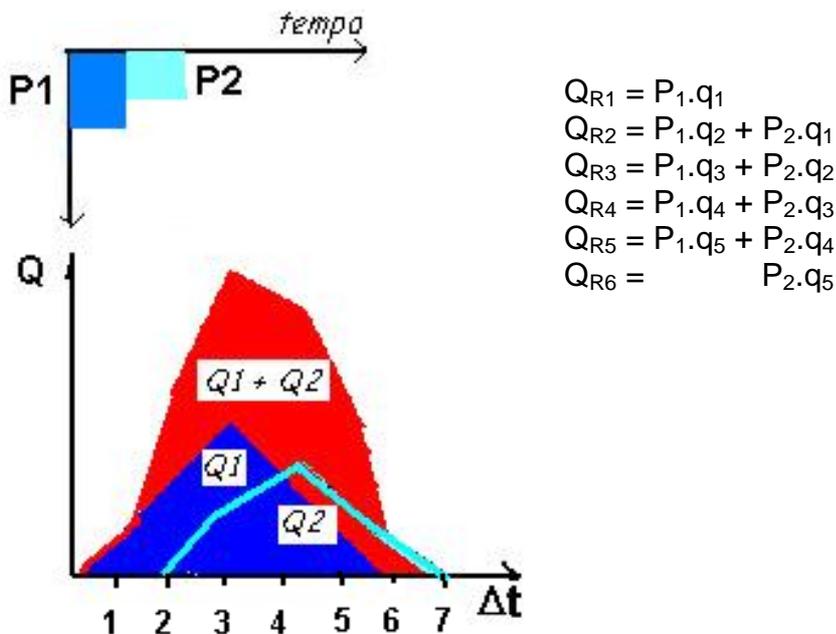


Figura 4.7 : Hidrograma resultante da soma dos dois hidrogramas “parciais”

As equações acima são chamadas de **Equações de Convolução**. Generalizando-se essa equação:

$$Q_{Rn} = P_1 \cdot q_n + P_2 \cdot q_{n-1} + \dots + P_n \cdot q_1$$

Portanto, o que os dados históricos fornecem são os valores de  $Q_R$ . Partindo-se destes valores, pode-se estimar os valores de  $q$  (ordenadas do HU).

Observe-se que o número de ordenadas do hidrograma resultante é igual à soma do número de ordenadas do hidrograma unitário com o número de intervalos de

precipitações subtraído de um. Observando as Equações de Convolução, percebe-se que há mais equações (valores de  $Q_R$ ) que incógnitas (valores de  $q$ ), assim o sistema possui infinitas soluções.

Existem alguns **problemas** inerentes ao processo de determinação do HU com base em dados históricos, os quais são relacionados a seguir:

- erros de observação nos dados de vazão ( $Q$ ), os quais podem ser gerados pela manipulação errada do molinete (instrumento de medição, usado na determinação das vazões). Curvas-chave com problemas. Outros erros podem ser gerados pela leitura errada nos limnígrafos;
- erros na obtenção de  $P$ , os quais são obtidos das leituras dos pluviógrafos. Pelo método de Thiessen são obtidas as precipitações médias na bacia hidrográfica.
- A natureza não segue perfeitamente o modelo do hidrograma unitário (HU);
- Importante observar que os erros gerados na primeira equação são propagados para a Segunda equação e assim por diante, este processo pode resultar em  $q < 0$ .

**a) Por substituição: nesse caso, existem duas alternativas:**

- no sentido da vazão menor para a maior, ou seja

$$q_1 = Q_1 / P_1$$

$$q_2 = (Q_2 - P_2 \cdot q_1) / P_1$$

.....

- no sentido da vazão maior para a menor

$$q_k = Q_n / P_m$$

$$q_{k-1} = (Q_{n-1} - P_{m-1} \cdot q_k) / P_m$$

Note que neste método impõe-se que as três hipóteses sejam perfeitamente válidas na natureza. Além disso, os erros intrínsecos aos valores de  $Q_i$  e  $h_i$  são transferidos ao valor calculado de  $q_i$  e propagados para a equação seguinte, gerando erros acumulados crescentes. No quadro a seguir é apresentado um exemplo de aplicação deste método.

**EXEMPLO :**

“As precipitações efetivas são:  $P_1 = 10$  mm/h e  $P_2 = 20$  mm/h. As vazões resultantes são  $Q_1 = 3$  mm/h,  $Q_2 = 6$  mm/h,  $Q_3 = 12$  mm/h e  $Q_4 = 6$  mm/h. Calcule as ordenadas do HU:

*Solução:*

As equações são:

$$\begin{aligned} 3 &= 10.q_1 \\ 9 &= 20.q_1 + 10.q_2 \\ 12 &= \quad +20.q_2 + 10q_3 \\ 6 &= \quad \quad +20.q_3 \end{aligned}$$

a) Por substituição no sentido da menor vazão para a maior:

$$\begin{aligned} q_1 &= 3/10 = 0,3 \\ q_2 &= (9 - 20.0,3)/10 = 0,3 \\ q_3 &= (12 - 20.0,3)/10 = 0,6 \end{aligned}$$

A soma das ordenadas deve ser igual a 1. Nesse caso  $\sum q_i = 1,2$ , o que representa uma grande diferença.

b) Por substituição no sentido da maior vazão para a menor:

$$\begin{aligned} q_3 &= 6/20 = 0,3 \\ q_2 &= (9 - 10.0,3)/20 = 0,45 \\ q_1 &= (9 - 10.0,45)/20 = 0,23 \end{aligned}$$

**b) Utilizando o Solver**

Outro processo utilizado para a determinação do HU é através da utilização do **SOLVER (processo utilizado através do Microsoft Excel)**. A seguir é feita uma apresentação simplificada do método.

**Filosofia:** determinar  $Q_1 \cong Q_{obs1}$ , admitindo-se que há erros tanto nas vazões observadas, como nas precipitações excedentes e que a natureza não segue fielmente o modelo proposto ( três princípios) .

$$\begin{aligned} Q_1 &= P_1 q_1 \\ Q_2 &= P_1 q_2 + P_2 q_1 \\ Q_3 &= P_1 q_3 + P_2 q_2 \end{aligned}$$

mas

$$Q_{obs1} \cong Q_1$$

$$Q_{obs2} \cong Q_2$$

$$Q_{obs3} \cong Q_3$$

**Idéia:** Procurar um conjunto  $Q_1, Q_2, Q_3...$  que satisfaça a condição anterior.

### **Método:**

- adota-se uma solução inicial para  $q_1, q_2, q_3...$ ;
- define-se uma meta para que  $Q_{obs}$  e  $Q$  sejam **próximos**. A proposta é que  $\Sigma (Q_{obs} - Q)^2$  seja mínimo;
- Restrições:  $q_i > 0$ ;
- Alteram-se os valores de  $q_i$  até se chegar à solução. Este processo é realizado com a ajuda do SOLVER para uma pesquisa mais sistemática.

### Exemplo :

Existem outros métodos para a solução das equações de convolução como:

- c) [mínimos quadrados ou inversão de matriz](#)
- d) [programação linear](#).

## **4.3. Conversão do HU para Diferentes Durações**

Sejam  $\Delta t$  a duração da precipitação ou intervalo de tempo do HU e  $\Delta t_1$  a duração para o qual se deseja o HU, existem duas situações:

### **a) Transformação de um hidrograma unitário em outro de duração maior**

- Caso em que  $\Delta t_1$  seja múltiplo de  $\Delta t$

Se tivermos em mãos um HU obtido para uma chuva unitária de 2 horas e desejarmos um de 4 horas, devemos proceder da seguinte forma: admite-se um período posterior de 2 horas de chuva efetiva (excedente), imediatamente após o primeiro, o qual vai gerar um HU idêntico ao primeiro, deslocado de 2 horas no tempo para a direita. Se somarmos ambos HU's, obteremos um hidrograma que representa o escoamento de 4 horas porém com 2 unidades de chuva excedente.

Como o HU de 2 horas possui intensidade de 1/2 unidade/h (por ser HU deve conter 1 unidade de chuva em todo o seu período), o hidrograma total é o resultado de uma chuva com intensidade 2 vezes maior à exigida, bastando portanto dividir as ordenadas por 2 para assim se obter o HU de 4 horas (linha tracejada da figura 4.8). Notar que o tempo de base é 2 horas maior que o HU de 2 horas, pois a chuva ocorre durante um tempo maior.

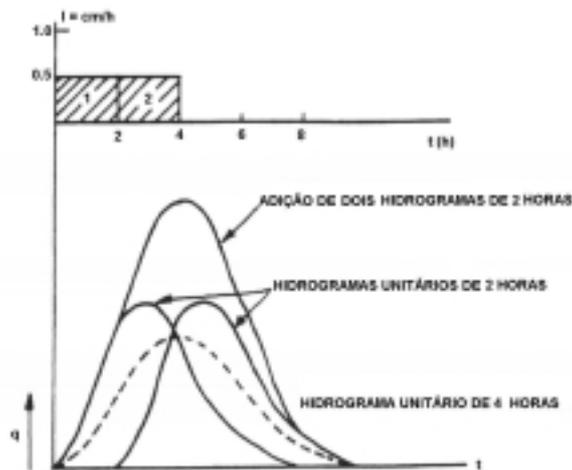


Figura 4.8: Representação da soma dos hidrogramas

**b) Caso geral de transformação de um hidrograma unitário para outro de duração maior ou de duração menor**

Imagine o HU da figura 4.9:

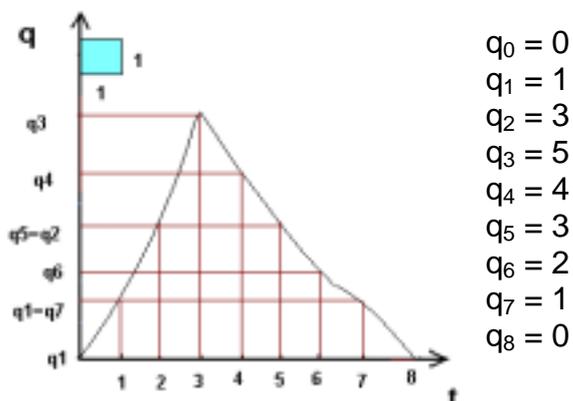


Figura 4.9 : Hidrograma Unitário

Caso haja uma chuva efetiva de intensidade  $1/\Delta t$  e duração infinita, nos intervalos seguintes, pelo 3º princípio tem-se:

hidrog. gerado pela 1ª chuva	hidrog. gerado pela 2ª chuva	Hidrog. Gerado pela 3ª chuva	hidrog. gerado pela 4ª chuva	hidrog. gerado pela 5ª chuva	hidrog. gerado pela 6ª chuva	hidrog. gerado pela 7ª chuva	hidrog. gerado pela 8ª chuva		Hidrograma Resultante
0									$Q_0 = 0$
1	0								$Q_1 = 1$
3	1	0							$Q_2 = 4$
5	3	1	0						$Q_3 = 9$
4	5	3	1	0					$Q_4 = 13$
3	4	5	3	1	0				$Q_5 = 16$
2	3	4	5	3	1	0			$Q_6 = 18$
1	2	3	4	5	3	1	0		$Q_7 = 19$
0	1	2	3	4	5	3	1	...	$Q_8 = 19$
	0	1	2	3	4	5	3	...	$Q_9 = 19$
		0	1	2	3	4	5	...	$Q_{10} = 19$
			0	1	2	3	4	...	$Q_{11} = 19$
				0	1	2	3	...	$Q_{12} = 19$
					0	1	2	...	$Q_{13} = 19$
						0	1	...	$Q_{14} = 19$
							0	...	$Q_{15} = 19$

Percebe-se que o hidrograma atinge um patamar, e que este começa quando o primeiro hidrograma não contribui mais, ou seja, no tempo de concentração ( $t_c$ ) do hidrograma de intensidade  $1/\Delta t$  e de duração  $\Delta t$ .

A curva resultante da soma infinita dos hidrogramas defasados de  $\Delta t$  é chamada de **curva S** (figura 4.10).

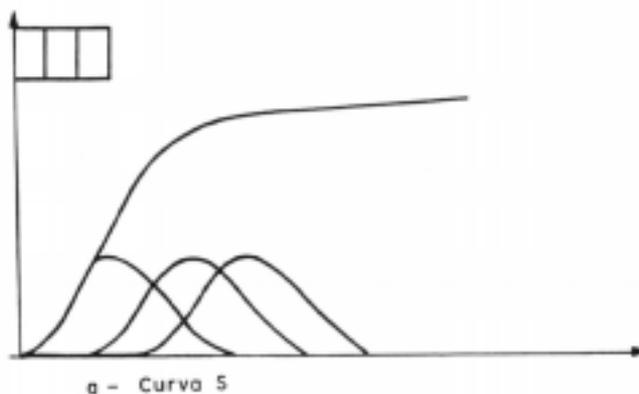


Figura 4.10 : Curva S

Caso se desenhe uma nova curva S defasada da primeira em  $\Delta t$  e se subtraíam as ordenadas em mesmos instantes, obtém-se o **hidrograma unitário original**.

Para se obter um HU com duração  $\Delta t'$  (diferente de  $\Delta t$ ), deve-se proceder da seguinte forma:

- 1) Traça-se a curva S (figura 4.11);
- 2) Desenha-se novamente a curva S, defasada da primeira em  $\Delta t'$  (figura 4.11), e subtrai-se as ordenadas. Obtém-se assim, o hidrograma de duração  $\Delta t'$  e intensidade  $1/\Delta t'$ . É necessário, então, transformá-lo em HU, pois o total de chuva agora é de  $(1/\Delta t) \cdot \Delta t'$  diferente de 1.
- 3) Utilizando-se o 2º princípio, para transformar este hidrograma em HU:

Ordenada do hidrograma de intensidade  $1/\Delta t'$  e duração  $\Delta t'$ :

$$Q_i = (S_{\Delta t} - S_{\Delta t'})$$

Transformando em unitário:

$$q_i = (S_{\Delta t} - S_{\Delta t'}) \cdot (i_{\text{nova}} (= 1/\Delta t') / i_{\text{original}} (= 1/\Delta t))$$

$$q_i = (S_{\Delta t} - S_{\Delta t'}) \cdot ((1/\Delta t) / (1/\Delta t'))$$

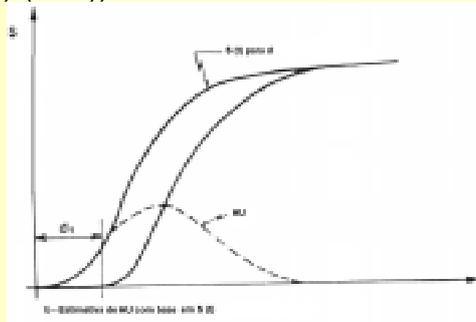


Figura 4.11 : Curva S

Percebe-se que este raciocínio é válido tanto para intervalos  $\Delta t'$  maiores ou menores que  $\Delta t$ .

Observa-se que a vazão máxima da curva S vale:

$$Q_{\text{m\acute{a}x}} = i_{\text{exc}} A_{\text{bacia}}$$

Onde:

$Q_{\text{m\acute{a}x}}$  = vazão máxima;

$i_{\text{exc}}$  = chuva excedente;

$A_{\text{bacia}}$  = área da bacia de drenagem.

Este resultado é idêntico ao do método clássico utilizado em projetos de drenagem, denominado por fórmula racional ou **método racional**.

$$Q = c \cdot i \cdot A$$

Onde:

c= coeficiente de escoamento superficial;

i= intensidade de precipitação com duração igual ao tempo de concentração da bacia;

A= área de drenagem da bacia hidrográfica.

É importante notar que neste método pressupõe-se que toda a bacia esteja contribuindo e que não há armazenamento na bacia. A duração da chuva deve ser maior do que o tempo de concentração e com intensidade constante. Isto só vale para bacias pequenas.

#### **4.4. Determinação do HU em Regiões sem Dados Históricos**

O hidrograma unitário para regiões onde não há dados históricos é estimado pelo chamado **hidrograma unitário sintético**.

O hidrograma possui algumas variáveis características que permitem a sua determinação como **o tempo de pico, tempo de base e a vazão de pico**. É através da regionalização destas variáveis com base em características físicas que se pode estimar o HU para regiões sem dados observados e este recebe a denominação de **hidrograma sintético**.

Existem alguns métodos que são baseados em medições existentes de vazão em bacias de uma região estudada. A partir destes hidrogramas regionais, estimam-se quais são os principais fatores influentes e como estes influenciam o hidrograma (como a área da bacia, por exemplo).

Dentre os métodos existentes é apresentado a seguir o Método de Snyder e o método de Clark.

### a. Método de Snyder

Os estudos de Snyder datam de 1938 e baseiam-se em observações de rios na região montanhosa dos Apalaches, nos EUA. Para definir o hidrograma unitário, estabeleceu-se as equações que fornecem o tempo de retardamento, a vazão de pico e a duração total do escoamento, ou seja, a base do hidrograma.

O **tempo de retardamento ( $t_p$ )** é definido como o tempo entre o centro de massa da precipitação efetiva (escoamento superficial direto) e o pico do hidrograma (figura 4.12). É distinto, portanto, da noção apresentada no estudo do HU, em que se considerava o centro de massa do hidrograma em vez do ponto de máxima vazão.

Snyder obteve a seguinte expressão:

$$t_p = C_t(L.L_{cg})^{0,3} \quad (\text{horas})$$

onde:

L = comprimento do rio principal (km).

$L_{cg}$  = distância do centro de gravidade da bacia em km, medido ao longo do curso principal, desde a seção considerada até a projeção do centro de gravidade sobre o rio.

$C_t$  = coeficiente numérico, variável entre 1,8 e 2,2, sendo os menores valores para bacias com grandes inclinações. É interessante notar que Linsley, em estudo análogo para bacias da vertente oeste da Serra de Nevada, na Califórnia, obteve entre 0,7 e 1,0.

O intervalo de  $C_t$  obtido por Snyder (entre 1,8 e 2,2), deu-se a partir da observação do gráfico declividade X tempo de pico para a região dos Montes Apalaches, como a declividade nesta região se restringe a um determinado intervalo, nada se pode afirmar a respeito de declividades fora deste intervalo. Tal fato justifica o diferente intervalo de  $C_t$  obtido por Linsley.

No Brasil, algumas pesquisas foram feitas pelo professor Kokei Uehara para a Bacia do Ribeirão das Motas, para este caso obteve-se  $C_t = 0,82$ .

O tempo de duração da precipitação é calculado por:

$$t_p = \frac{C_t}{1,33} (L.La)^{0,3} \quad (\text{horas})$$

Quando a precipitação da chuva é corrigida para  $t'_r$ , corrige-se também o  $t_p$ :

$$t'_p = t_p + (t'_r - t_r)/4$$

A vazão máxima ( $Q_p$ ) para uma precipitação de duração  $t_r$  e volume 1 cm é dada pela expressão:

$$Q_p = \frac{2,75 \times C_p \times A}{t_p} \quad (\text{m}^3 / \text{s})$$

onde:

A = área de drenagem em  $\text{km}^2$ .

$C_p$  = coeficiente numérico variável entre 0,56 e 0,69. Para a Califórnia, Linsley constatou valores entre 0,35 e 0,50.

Na literatura vários autores têm aplicado semelhante procedimento em diferentes partes dos Estados Unidos, obtendo valores de  $C_p$  e  $C_t$  com intervalo de variação superior ao indicado.

O coeficiente  $C_t$  tem influência sobre o tempo de pico e depende de outras características físicas que não foram consideradas na equação acima.

O coeficiente  $C_p$  está relacionado com a vazão máxima de uma determinada bacia e depende das referidas características físicas. Para bacias próximas com características físicas semelhantes pode-se usar dados de bacias vizinhas para a

estimativa desses coeficientes. O tempo de base do hidrograma unitário é estimado por:

$$t_b = 11,1x \frac{A}{q_p} - 1,5xw_{50} - w_{75}$$

onde:

$t_b$  = é expresso em horas;

$t_p$  = em horas;

A = em  $km^2$ ;

$q_p$  =  $m^3/s$ ;

$w_{50}$  e  $w_{75}$  em horas.

O valor de  $t_b$  fica irreal para bacias muito pequenas.

Observa-se na prática que a equação acima, não corresponde à realidade para a grande maioria das bacias.

O que geralmente se observa, através da análise do formato dos hidrogramas, é que  $t_b$  corresponde aproximadamente a 2,5 a 3,5 do valor de  $t_p$ .

Obtidos os valores  $t_p$ ,  $Q_p$  e  $t_b$ , o hidrograma unitário pode ser desenhado com o cuidado de se manter o volume unitário sob a curva.

Para facilitar o trabalho da construção do HU existem curvas para as larguras de 75% e 50% do pico, obtidas com base em dados de várias bacias dos Estados Unidos (Sokolov et al. 1975). Estas relações na forma de equações são:

$$W_{75} = \frac{1,22}{(q_p / A)^{1,08}}$$

$$w_{50} = \frac{2,14}{(q_p / A)^{1,08}}$$

onde:

$q_p$  =  $m^3/s$

$$A = \text{km}^2$$

$w_{50}$  e  $w_{75}$  em horas.

Essas duas relações devem ser usadas com cuidado, pois retratam condições médias de um grande número de bacias americanas, o que não atende necessariamente a uma bacia em específico.

**As larguras ( $W_{75}$  e  $W_{50}$ )** são muito úteis, já que sem elas, o hidrograma plotado se baseia em apenas três pontos o que causaria grande imprecisão. Porém, deve-se tomar certa cautela já que o hidrograma não é simétrico, assim um procedimento adequado seria a obtenção da proporcionalidade entre os lados (divididos pela perpendicular ao eixo horizontal e que passa por  $t_p$ ), para a introdução também proporcional destas larguras.

É importante ressaltar que **essas larguras podem ser utilizadas para bacias grandes**. Para **bacias pequenas** utiliza-se a forma triangularizada que é baseada apenas nos 3 pontos.

Com base nestas larguras, quando o tempo de base é menor que 3 dias, deve-se procurar prolongar as larguras obtidas, mantendo o volume unitário. Como o trabalho de esboçar a curva é tedioso e sujeito a variadas interpretações, pode-se usar as larguras já obtidas para estabelecer trechos retilíneos que apresente um volume unitário. Partindo-se deste raciocínio obtém-se a seguinte equação:

$$t_b = 11,12.A/Q_p - W_{75\%} - 1,5.W_{50\%}$$

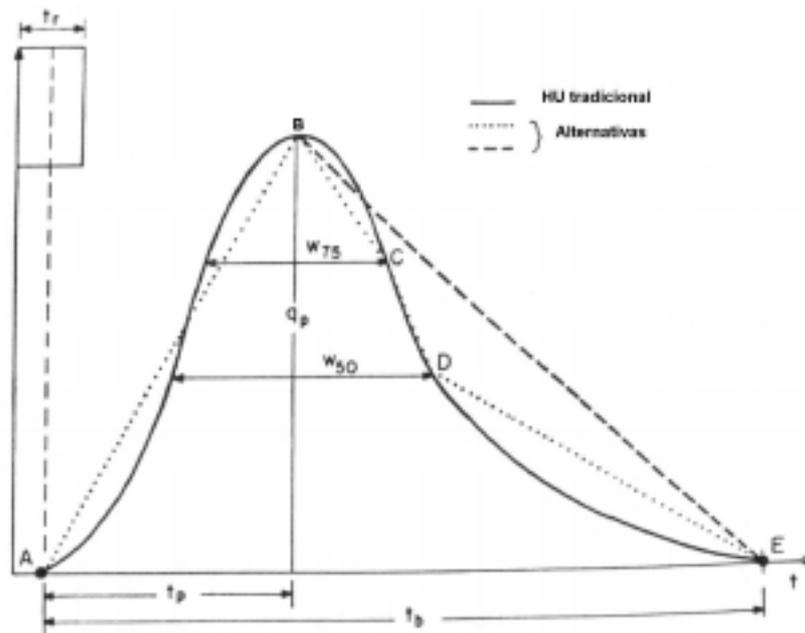


Figura 4.12: Hidrograma Unitário de Snyder

**EXEMPLO:**

Determine o HU sintético pelo método de Snyder para uma bacia com os seguintes dados:  $A = 250 \text{ km}^2$ ,  $L = 17 \text{ km}$ ,  $L_{cg} = 5 \text{ km}$ . Adote  $C_t = 1,50$  e  $C_p = 0,6$ .

*Solução:*

*Tempo de pico:*

$$t_p = 1,5 \cdot (17,5)^{0,3} = 5,69 \text{ h}$$

$$t_r = 5,69/5,5 = 1,03 \text{ h}$$

*Adotando  $t_r = 1 \text{ h}$  e corrigindo  $t_p$ :*

$$t_p = 5,69 + (1 - 1,03)/4 = 5,68 \text{ h}$$

*A vazão de pico do HU:*

$$Q_p = (2,75 \cdot 0,60 \cdot 250)/5,68 = 72,6 \text{ m}^3/\text{s}$$

*As larguras do HU*

$$W_{75} = 1,22 / (72,6/250)^{1,08} = 4,64 \text{ h}$$

$$W_{50} = 2,14 / (72,6/250)^{1,08} = 8,14 \text{ h}$$

*O tempo de base calculado pela equação é irreal, porque o menor valor será 3 dias. Sendo assim, deve-se procurar prolongar as larguras obtidas, mantendo o volume unitário, assim:*

$$t_b = 11,12 \cdot A/Q - W_{75} - 1,5 \cdot W_{50} = 21,44 \text{ h.}$$

*Percebe-se que o valor obtido para  $t_b$  está próximo do intervalo 2,5 a 3,5 de  $t_p$  ( $t_b = 3,77 t_p$ ).*

*Com base nestes valores é possível esboçar a curva ou utilizar o hidrograma retangular.*

## b) Método de Clark

O método de Clark não é inteiramente sintético, já que pelo menos uma observação de um hidrograma do escoamento superficial deve ser feita.

Este método é formado por duas partes: a primeira consiste em dividir a bacia em subáreas e posterior translação destas para que todas as subáreas contribuam na vazão; a segunda corresponde à simulação de um reservatório linear para considerar a contribuição devido à diminuição da lâmina d'água quando cessada a chuva.

- **Construção do “Histograma “ Tempo x Área**

As subáreas serão limitadas por linhas denominadas **isócronas** que são formadas por pontos da bacia que tem o mesmo tempo de translação até a saída da bacia (estas isócronas são determinadas a partir da observação das curvas de nível da bacia e do infiltração do solo da região). Na figura 4.13 indicam-se as isócronas de 1, 2, 3 e 4 horas. Se considerarmos uma chuva excedente com 1 hora de duração, a área A1 situada a jusante da isócrona 1 representa a parte da bacia que contribuiu para o escoamento até o instante  $t = 1$  hora, na seção de saída da bacia. A contribuição dos pontos situados acima da isócrona 1 ainda não chegou à saída da bacia.

Entre os instantes  $t = 1$  hora e  $t = 2$  horas, a área contribuinte é A2 uma vez que a contribuição da área A1 já escoou totalmente e a contribuição de A3 ainda não chegou à saída da bacia. Este raciocínio pode ser expresso em forma gráfica por meio de um histograma *tempo X área* como mostra a figura 4.14.



Figura 4.13 : Isócronas

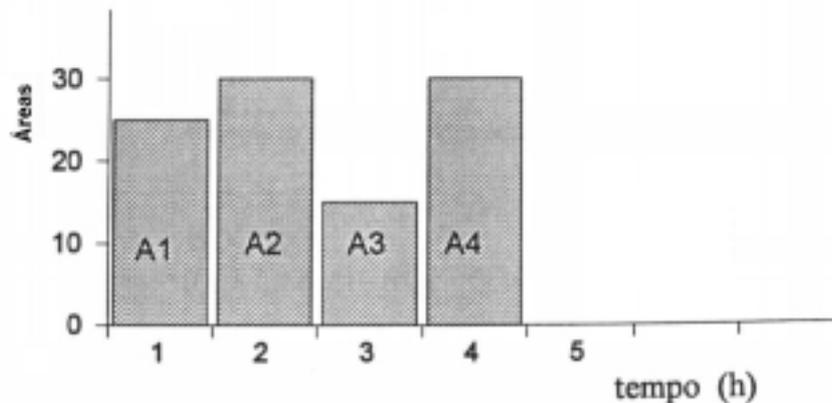


Figura 4.14: Áreas Contribuintes X Tempo

- **Hidrograma gerado pela translação do ESD**

Para facilitar o entendimento deste método, vamos imaginar a bacia como sendo uma pilha de caixas, onde cada caixa representa uma subárea. O ponto de saída da bacia se situa na base da pilha, o início da contribuição de cada subárea para a vazão de saída da bacia ocorre quando a respectiva caixa (subárea) se encontra na base da pilha. Para que todas as subáreas contribuam ocorre a translação da pilha, o que no nosso modelo corresponde a alguém retirando a caixa que está na base da pilha em intervalos de tempo iguais.

O volume escoado em cada intervalo de tempo é igual a área contribuinte  $A_i$  multiplicada pela chuva excedente. A vazão média no intervalo é o volume escoado dividido pelo intervalo de tempo, ou seja a área  $A_i$  multiplicada pela intensidade da chuva excedente  $I_i$ :

$$V_i = A_i \cdot Hexc_i$$

$$Q_i = A_i \cdot Hexc_i / \Delta t = A_i \cdot I_i$$

Neste modelo de áreas de contribuição, não se considera a formação da lâmina d'água que é necessária para ocorrer vazão. Deste modo, quando cessasse a chuva, cessaria também a vazão, o que não corresponde à realidade, pois ao término da chuva ainda há água para escoar originada da lâmina d'água que diminui gradualmente.

- **Hidrograma gerado pelo armazenamento temporário do ESD**

Assim, para se adaptar a essa realidade, adota-se um modelo de um reservatório, que armazene temporariamente um volume equivalente à lâmina d'água espalhado pela bacia. Para este reservatório, a função de escoamento de saída segue a hipótese do reservatório linear.

Assuma agora que a área de recebimento da descarga  $Q$  e o armazenamento  $S$  são diretamente proporcionais (hipótese do reservatório linear), assim:

$$S = k.Q$$

e

$$I - Q = dS/dt$$

onde:

$I$  = entrada resultante da chuva instantânea

Assim:

$$S_2 - S_1 = k(Q_2 - Q_1)$$

$$S_2 - S_1 = ((I_1 + I_2)/2) \cdot \Delta t - ((Q_1 + Q_2)/2) \cdot \Delta t$$

Após alguma álgebra obtém-se:

$$Q_2 = m_0 \cdot I_2 + m_1 \cdot I_1 + m_2 \cdot Q_1 \quad (\text{para } t = 0, Q = 0)$$

onde:

$$m_0 = (0,5.t)/(k + 0,5.t)$$

$$m_1 = (0,5.t)/(k + 0,5.t)$$

$$m_2 = (k - 0,5.t)/(k + 0,5.t)$$

A determinação do coeficiente de armazenamento  $k$  (coeficiente de Clark), deve ser feita a partir de um hidrograma de escoamento superficial direto (este hidrograma deve ser de um período isolado de chuva) observado da bacia. Consiste em transportar o hidrograma para um papel monolog, onde a região à direita do ponto de inflexão originar-se-á uma reta cujo o coeficiente desta representa o coeficiente de Clark ( figura 4.15).

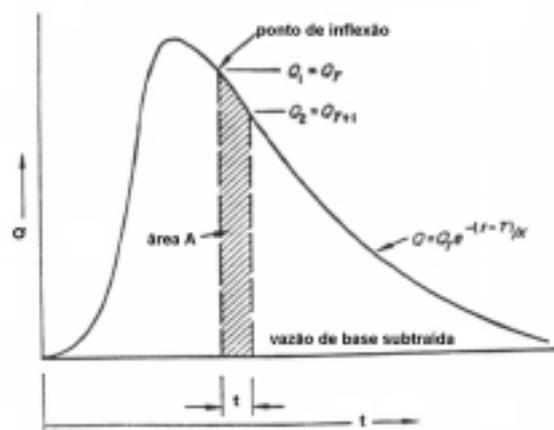


Figura 4.15 : Obtenção do coeficiente de Clark

A segunda observação que deve ser feita do hidrograma observado é o tempo de retardamento da bacia ( $T_c$ ), isto é, o tempo máximo de percurso pela bacia. Pode ser entendido como o tempo entre o centro de massa da chuva causadora (é requerido

que esta chuva seja curta para não introduzir um grande erro) até o ponto de inflexão na curva de recessão.

O efeito do armazenamento da bacia é agora imaginada como um reservatório linear, situado no ponto de saída da bacia, a entrada é expressa através do gráfico tempo X área (subárea), onde cada subárea é delineada a fim de que toda a chuva que caia sobre ela instantaneamente, tenha o mesmo tempo de percurso para o ponto de saída (da subárea), como ilustra a figura 4.16.

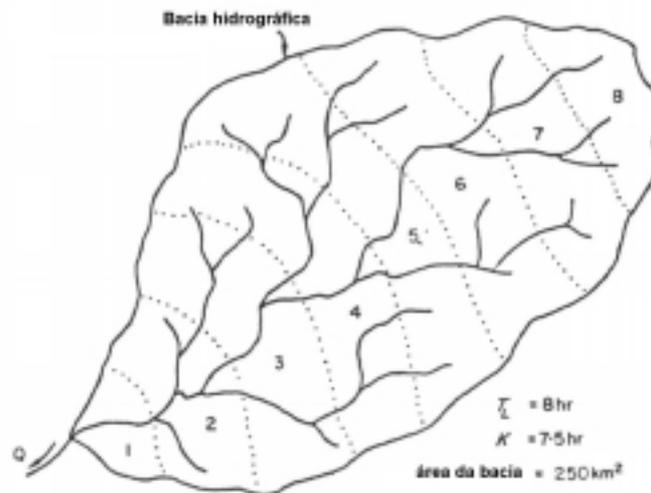


Figura 4.16 : Isócronas

O gráfico tempo X área (I) tem uma chuva instantânea aplicada que vai para o reservatório e originando a vazão Q de saída. Esta saída representa o hidrograma instantâneo para a área de recebimento.

Este método é basicamente o método de Clark. Várias críticas são feitas a respeito de certos aspectos deste método e da existência de técnicas mais avançadas disponíveis, mas este método tem a vantagem de ser comparativamente simples. Sua dedução não depende da observação de um hidrograma de intensidade unitária.

Além disso, para bacias com variações internas tipo de solo e/ou de vegetações, os métodos anteriormente descritos podem obter formatos de hidrograma não muito próximos à realidade, pois consideram a bacia como um todo, desprezando estas variações internas, como neste método a bacia é subdividida em subáreas, este permite considerar estas variações.

Outra vantagem é que o formato da chuva pode ser diretamente aplicado no gráfico, tempo X área, pode-se também variar as intensidades de chuva nas diversas subáreas (subárea 1: intensidade de chuva 1cm, subárea 2: intensidade de chuva 0,75 cm, etc...) e ainda variar dentro de cada sub-área as intensidades de chuva com o tempo, produzindo um hidrograma de formato de chuva instantâneo que pode ser diretamente convertido para um hidrograma de formato de chuva de intensidade requerida pela obtenção das ordenadas, como já discutido anteriormente.

### EXEMPLO

Dado uma bacia de 100 km<sup>2</sup> cujo o tempo de concentração é de 4 horas, utilizando o método de Clark determinar o hidrograma da seguinte chuva excedente de 6 horas de duração, sendo dado:

Tempo(h)	0-1	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6
Hexc(mm)	5	10	20	15	10	5

Área das isócronas (de 1 hora) da bacia

Tempo(h)	1	2	3	4	5
Área (km <sup>2</sup> )	25	30	15	30	0

k = 2 horas

Solução:

Para facilitar o entendimento do método o resultado será dado em forma de tabela cujo o cálculo de cada coluna será descrito a seguir:

1) Translação das subáreas:

**Colunas 2-7:** Para a obtenção as vazões, multiplica-se a chuva excedente (do respectivo intervalo de tempo da coluna) pelas subáreas (áreas das isócronas), divididas pelo intervalo de tempo adotado (1 hora, pois as isócronas estão neste intervalo). Observa-se que coluna está desfasada em relação a coluna anterior, para que a chuva que iniciou no instante, por exemplo, 2 horas, comece a contribuir no instante  $t = 2$  horas e assim por diante.

**Coluna 8:** Para se obter a vazão resultante de cada instante basta somar as vazões de cada linha, por exemplo, para  $t = 2$  horas, soma-se as vazões da linha de  $t = 2$  horas.

**Coluna 9:** Transformação de unidade das vazões da coluna 8 (mm.km<sup>2</sup>/h) para m<sup>3</sup>/s. Para tal transformação a coluna 8 foi multiplicada por 0,278 m<sup>3</sup>/s.

2) Reservatório linear:

**Coluna 10:** Para amortecer o hidrograma no reservatório linear, utiliza-se a equação:

$$Q_2 = m_0 \cdot I_1 (= m_0 \cdot \text{Hexc}1) + m_1 \cdot I_2 (= m_1 \cdot \text{Hexc}2) + Q_1$$

onde:

$$m_0 = m_1 = (0,5.t)/(k + 0,5.t), \quad k = 2 \text{ horas (dado do problema)}$$

Os valores de Q são obtidos por recorrência da equação acima.

**Tabela:**

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Hexc (mm)	5,00	10,00	20,00	15,00	10,00	5,00			
Tempo (h)	Vazões Parciais (mm. km <sup>2</sup> )/h	Vazão Total s/ amortec (mm. km <sup>2</sup> )/h	Vazão Total s/ amortec (m <sup>3</sup> /s)						
0	0							0	0,0
1	125							125	34,7
2	150	250						400	111,1
3	75	300	500					875	243,1
4	150	150	600	375				1275	354,2
5	0	300	300	450	250			1300	361,1
6		0	600	225	300	125		1250	347,2
7			0	450	150	150		750	208,3
8				0	300	75		375	104,2
9					0	150		150	41,7
10						0		0	0,0
11									0,0
12									0,0
13									0,0
14									0,0
15									0,0
16									0,0
17									0,0
18									0,0

Tempo(h)	10 Vazão Total com amortec.(m <sup>3</sup> /s)
0	0,0
1	6,9
2	33,3
3	90,8
4	173,9
5	247,4
6	290,1
7	285,2
8	233,6
9	169,3
10	109,9
11	66,0
12	39,6
13	23,7
14	14,2
15	8,5
16	5,1
17	3,1
18	1,8

**c) Método de [Santa Bárbara](#).**

## 5. Bibliografia

Chow, Maidment & Mays, Applied Hydrology, McGraw-Hill Book Company, 1988.

Pinto, N. L e outros, Hidrologia Básica, Editora Edgard Blucher, São Paulo, 1977.

Tucci, Carlos E. M., Hidrologia, Ciência e Aplicação, EPUSP, 1986.

Tucci, C.E.M.; Porto, R.L.L.; Barros, M.T. Drenagem Urbana. Editora da Universidade/ ABRH/ UFRGS, 1995.

Wanielista, Martin, Hidrology and Water Quantity Control, John Wiley & Sons, 1990.

Wilson, E. M., Engineering Hydrology, The Macmillan Press Ltd, 1971.

## **Anexos**

## 1.2 Alguns conceitos importantes

### Vazão

“Corresponde ao volume de água escoado na unidade de tempo através de uma determinada seção de um curso de água.”(Souza Pinto, 1976)

### Hidrograma

É a denominação dada ao gráfico que relaciona a vazão em uma dada seção de um curso de água em função do tempo.

### Escoamento Superficial Direto (ESD)

Corresponde à parcela da precipitação que escoar sobre a superfície do solo.

### Coefficiente de Deflúvio

“É a relação entre a quantidade total de água escoada pela seção e a quantidade total de água precipitada na bacia hidrográfica.”(Souza Pinto, 1976). Também pode ser denominado por **coeficiente de escoamento superficial** ou **coeficiente de runoff**.

### Chuva Efetiva

Corresponde à parcela da precipitação que gera o escoamento superficial, também chamada de chuva excedente.

### Tempo de retardo ( $t_r$ )

“Definido como o intervalo de tempo entre o centro de massa da precipitação e o centro de gravidade do hidrograma.”(Tucci, 1993)

### Tempo do pico ( $t_p$ )

“É o intervalo de tempo entre o centro de massa da precipitação e o pico de vazões do hidrograma.”(Tucci, 1993)

### Tempo de concentração ( $t_c$ )

“Tempo de concentração relativo a uma dada seção de um curso de água é o intervalo de tempo contado a partir do início da precipitação para que toda a bacia hidrográfica correspondente passe a contribuir na seção de estudo. Corresponde à duração da trajetória da partícula de água que demore mais tempo para atingir a seção por escoamento superficial direto.”(Souza Pinto, 1976)

Existem várias fórmulas empíricas de tempo de concentração que relacionam as características físicas (como a declividade do rio, comprimento do rio principal) com o tempo de concentração.

### Tempo de ascensão ( $t_m$ )

“É o tempo entre o início da chuva e o pico do hidrograma.”(Tucci, 1993)

### Tempo de base ( $t_b$ )

“É o intervalo de tempo de duração do escoamento superficial direto, corresponde ao trecho AC. *Figura 1.2*”

### Tempo de recessão ( $t_e$ )

É o intervalo de tempo entre a vazão máxima e o ponto C (caracterizado pelo término do escoamento superficial).

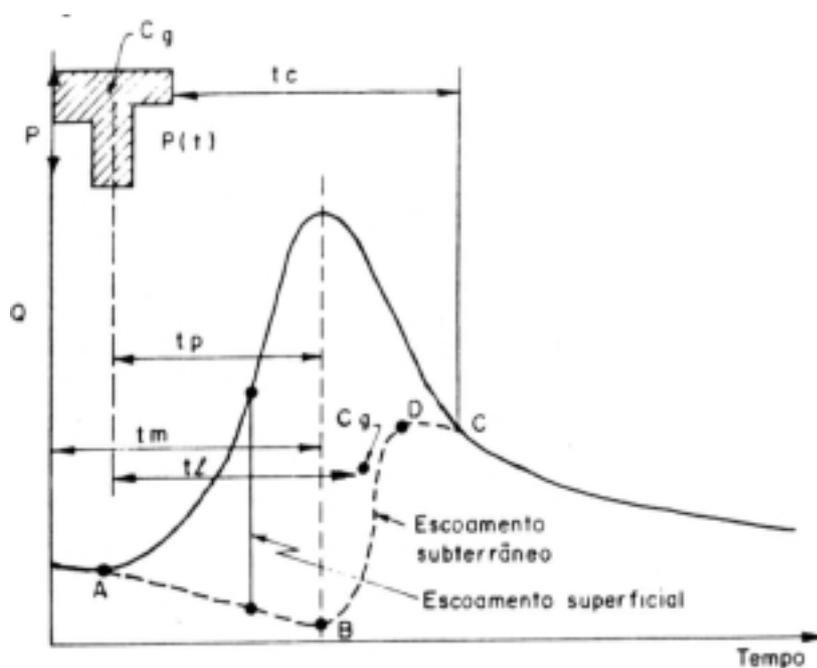


Figura 1.2: Caracterização de um hidrograma

## 2.3 Separação dos escoamentos de um hidrograma

- “Reservatório Linear”

A bacia hidrográfica pode ser representada simplificada por dois reservatórios lineares. Para o trecho de recessão do hidrograma, o reservatório que representa o escoamento superficial direto não contribui mais com o escoamento, portanto, a bacia fica representada apenas pelo reservatório subterrâneo (figura 2.3).

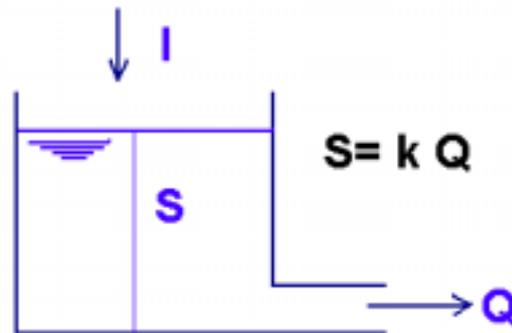


Figura 2.3: Caracterização do Reservatório Linear

No conceito de reservatório linear, que explica razoavelmente alguns fenômenos hidrológicos, o armazenamento (S) é diretamente proporcional à vazão:

$$S = K.Q \quad (\text{Eq.2.1})$$

onde k é uma constante do reservatório, chamada coeficiente de armazenamento.

Pela equação da continuidade, sabe-se que a diferença entre vazão afluyente ao reservatório (I) e a efluente (Q) é a taxa de variação do armazenamento ao longo do tempo, (figura 2.3), isto é:

$$I - Q = \frac{dS}{dt} \quad (\text{Eq.2.2})$$

Substituindo a equação (Eq.2.1) e (Eq.2.2), obtém-se:

$$I - Q = K \cdot \frac{dQ}{dt} \quad (\text{Eq.2.3})$$

Para o trecho de recessão do hidrograma, há apenas contribuição do escoamento básico, pois o afluxo (I) é igual a zero, pois o primeiro reservatório está vazio (não há mais ESD) a partir de um instante  $t_0$ , em que cessa a contribuição do armazenamento superficial. Desta forma, a equação (2.3) pode ser representada na forma:

$$\frac{dQ}{Q} = -\frac{1}{K} \cdot dt \quad (\text{Eq.2.4})$$

que integrada entre o tempo  $t_0$  e um tempo genérico  $t$ , fornece:

$$Q = Q_0 \cdot e^{\frac{-1}{K} \cdot (t-t_0)} \quad (\text{Eq.2.5})$$

onde  $Q_0$  é a vazão no instante  $t_0$ .

A equação (2.5) resultaria em uma reta se traçada em papel semilogarítmico, com  $Q$  na escala logarítmica. Portanto o ponto B pode ser obtido do instante em que o trecho de recessão deixa de ser linear, quando traçado em um papel semi-logarítmico.

### 3. Obtenção do Hietograma da Chuva Excedente

#### Exemplo de utilização do índice $\phi$

O valor dessa capacidade de infiltração deve ser obtido por tentativa e erro, de forma que o hietograma da chuva excedente tenha a **mesma altura total** que o **volume do hidrograma** de escoamento superficial direto (figura 3.1).

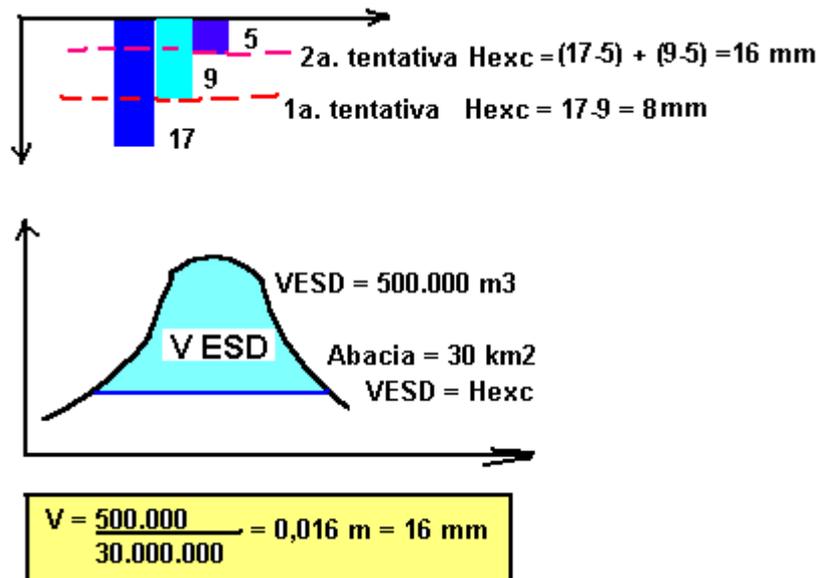


Figura 3.1 : Obtenção do índice  $\Phi$ .

## 4.2 Determinação do HU com base em dados históricos

### b) Utilizando o Solver

Exemplo :

T	Prec	Q	Obs	Desd	(1)HU	(2)HU	1HU Calc	DU*2
(h)	(mm)	(m <sup>3</sup> /s)	(m <sup>3</sup> /s)	(m <sup>3</sup> /s)				
9	2	4	4.00	0.00				
10	4.4	4.22	4.22	0.00				
11	17.2	4.67	4.44	0.23	2.44		2.44	5
12	9	9	4.66	4.34	46.49	0.52	47.02	1826
13	3	25	4.88	20.12	235.64	10.93	226.52	42623
14	1.6	37.2	5.11	32.09	344.06	50.68	394.75	131517
15	0.6	45.8	5.33	40.47	433.00	80.80	514.76	224944
16	0.6	53.1	5.55	47.55	509.76	161.99	671.75	318328
17	0.6	46	5.77	40.23	431.28	119.83	551.12	261002
18	0.6	37.4	5.99	31.41	336.72	101.38	438.10	185400
19	0.6	26	6.21	19.79	212.18	79.15	291.33	73217
20	0.6	19.2	6.43	12.77	136.00	49.87	186.75	38269
21	0	16.8	6.65	10.15	106.78	32.18	140.96	17111
22	0	14.8	6.87	7.93	84.92	25.52	110.44	10530
23	0	12.8	7.09	6.71	61.16	19.92	81.13	5690
24	0	11.8	7.32	4.48	48.02	14.38	62.45	3360
25	0	10.8	7.54	3.26	34.98	11.30	46.28	1851
26	0	9.8	7.76	2.04	21.89	8.22	30.11	788
27	0	9	7.98	1.82		5.15	5.15	17
28	0	8.2	8.20	0.00				
29	0	7.8						
30								
31								
32								
33								
34								
35								

Soma	283.58	3026.15	712.88	3741.23	5288976		282.67
Volume	1620924	10984941	2563475	13468416	4640313195		1817252
VolArea	13.26	141.62	33.29	174.91	66294		13.21
Correlação				0.9961	1		
Diferença das Somas				-3457.6388	-5285947		

The image displays two screenshots of a Microsoft Excel spreadsheet used for hydrograph unitary calculations. The spreadsheet is organized into columns for time (t), precipitation (Prec), ordinates (Q), ordinates (Obs), ordinates (Desd), ordinates (1<sup>o</sup>HU), ordinates (2<sup>o</sup>HU), ordinates (Hid Calc), and ordinates (Dif<sup>2</sup>).

**Top Screenshot: Solver Menu**

The 'Solução' menu is open, showing options like 'Solução', 'Opções...', 'Ajuda', and 'Análise de dados...'. The spreadsheet data is visible in the background.

t	Prec	Q	Obs	Desd	1 <sup>o</sup> HU	2 <sup>o</sup> HU	Hid Calc	Dif <sup>2</sup>
1								
2	0	0	0	0				
3	9	2	4	4,00	0,00			
4	10	4,4	4,22	4,22	0,00			
5	11	17,2	4,67	4,44	0,23	2,44	2,44	5
6	12	9	9	4,66	4,31	46,49	0,57	1826
7	13	3	25	4,88	20,1			
8	14	5,6	37,2	5,11	32,8			
9	15	0,6	45,8	5,33	40,4			
10	16	0,6	53,1	5,55	47,9			
11	17	0,6	46	5,77	40,2			
12	18	0,6	37,4	5,99	31,4			
13	19	0,6	26	6,21	19,7			
14	20	0,6	19,2	6,43	12,7			
15	21	0	16,0	6,65	10,1			
16	22	0	14,8	6,87	7,9			
17	23	0	12,8	7,09	5,7			
18	24	0	11,0	7,32	4,4			
19	25	0	9,0	7,54	3,2			
20	26	0	9,8	7,76	2,0			
21	27	0	9	7,98	1,0			
22	28	0	8,2	8,20	0,0			
23	29	0	7,0					
24								
25								
26								
27								
28								
29								
30								
31								
32								
33								
34								
35								

**Bottom Screenshot: Solver Dialog Box**

The 'Solução' dialog box is open, showing the 'Parâmetros do Solver' section. The 'Definir célula do destino' is set to '\$B\$5'. The 'Método de Solver' is set to 'GRG Nonlinear Model'. The 'Restrições' section shows the constraint '\$B\$5:\$B\$20 >= 0'. The 'Opções' section is also visible.

### c) Mínimos Quadrados ou Inversão de Matriz

O método de inversão de matriz é um modelo empírico utilizado para estimar o hidrograma unitário de eventos complexos. TVA (1961) apresentou a metodologia descrita a seguir.

Multiplicando-se ambos os lados da equação pela matriz transposta da precipitação  $P^T$  resulta:

$$P^T.P.q = P^T.Q$$

fazendo

$$X = P^T.P$$

resulta

$$X.q = P^T.Q$$

e

$$q = X^{-1}.P^T.Q$$

A metodologia procura minimizar os erros pelo quadrado dos desvios, o que pode resultar em ordenadas negativas e somatório diferente de 1. Esse procedimento fornece maior peso aos maiores valores.(Tucci, 1993)

### d) Programação Linear

“A programação linear é um método alternativo para obter valores de  $[q]$  da equação matricial  $[P].[q] = [Q]$ , que minimiza o erro em valor absoluto da diferença  $[Q]$  (valores observados) e  $[Q]$  (valores calculados) e também garante que todos os valores de  $q$  serão não-negativos ( $q \geq 0$ ) (Eagleson, Mejia and March, 1966; Deininger, 1969; Singh, 1976; Mays and Coles, 1980).

A generalização do modelo de programação linear é estabelecida na forma de uma função linear para ser otimizada (maximizada ou minimizada) para equações lineares com restrição. A programação linear proporciona um método de comparação de todas as soluções que satisfaçam todas as restrições, obtendo-se uma que otimiza a função de interesse (Hillier and Lieberman, 1974; Bradley, Hax, and Magnanti, 1977).

**EXEMPLO**

Desenvolva a programação linear para resolver a equação  $[P].[q] = [Q]$ , para um HU, dados  $P_m, m = 1, 2, \dots, M$  e  $Q_n, n = 1, 2, \dots, N$

Solução:

O objetivo é minimizar  $\sum_{n=1}^N |\epsilon_n|$ , onde  $\epsilon_n = Q_n - \hat{Q}_n$ . A programação linear requer que todas as variáveis não sejam negativas, para acoplar essa condição,  $\epsilon_n$  é dividido em 2 componentes, o desvio positivo  $\theta_n$  e o desvio negativo  $\beta_n$ . Caso  $\epsilon_n > 0$ , implica que  $Q_n$  observado é maior que  $\hat{Q}_n$  (valor calculado),  $\theta_n = \epsilon_n$  e  $\beta_n = 0$ ; quando  $\epsilon_n < 0$ ,  $\beta_n = -\epsilon_n$  e  $\theta_n = 0$  (figura 3.5). Se  $\epsilon_n = 0$  então  $\theta_n = \beta_n = 0$  também. Então a solução deve obedecer:

$$Q = \hat{Q} - \beta_n + \theta_n \quad n = 1, 2, \dots, N$$

O objetivo é:

$$\text{minimizar } \sum_{n=1}^N (\theta_n + \beta_n) \quad (1)$$

As restrições podem ser escritas:

$$[\hat{Q}] + [\beta_n] - [\theta_n] = [Q_n] \quad (2)$$

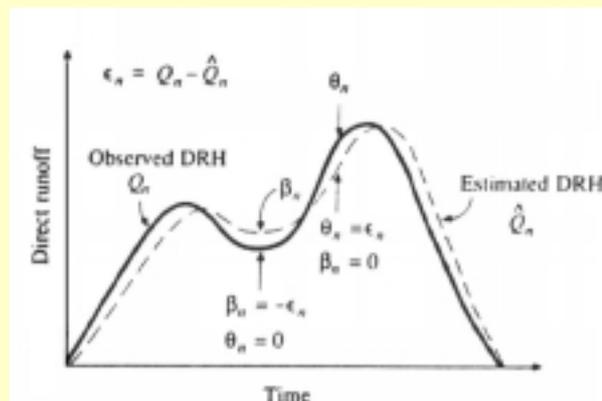
ou expandindo:

$$\hat{Q}_n = P_n \cdot q_1 + P_{n-1} \cdot q_2 + \dots + P_{n-M+1} \cdot q_M + \theta_n - \beta_n = Q_n \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (3)$$

Para garantir que o HU representa uma chuva efetiva de intensidade unitária, uma outra equação de restrição é adicionada:

$$\sum_{m=1}^M q_m = k \quad (4)$$

onde:  $k$  = constante que converte as unidades de precipitação em unidades de vazão



As equações (1) a (4) é a programação linear com as incógnitas  $q_n, \beta_n$  e  $\theta_n$  que podem ser solucionadas utilizando-se programas computacionais de programação linear simples para produzir o HU. A programação linear requer todas as imposições das variáveis para não serem negativas, para garantir que as ordenadas do HU não sejam negativas. (Chow, Maidment e Mays)

## 4.4 Determinação do HU em regiões sem dados históricos

### c. Método de Santa Bárbara

O método do hidrograma de Santa Bárbara foi desenvolvido para bacias urbanas por James M. Stubchau e foi apresentado pela primeira vez em 1975.

Este método é semelhante ao de Clark pois o cálculo do hidrograma se dá através de áreas de contribuição.

Entretanto, no método de Santa Bárbara, a bacia não é dividida em subáreas, mas é considerada como uma única área de contribuição.

No método de Santa Bárbara, admite-se que a bacia seja dividida em apenas uma isócrona ( $t_c$ ). O coeficiente  $k$  de armazenamento é admitido igual ao  $t_c$ .

A contribuição da chuva para o ESD é discretizada pelas parcelas referentes às áreas impermeáveis e permeáveis.

O acúmulo do escoamento para cada período é calculado através das seguintes equações:

Escoamento na área impermeável:  $R(I) = d' \cdot P(\Delta t)$

Escoamento na área permeável:  $R(P) = (1-d') [P(\Delta t) - F(\Delta t)]$

Acúmulo total do escoamento:  $R(\Delta t) = R(I) + R(P)$

onde:

$P(\Delta t)$  = acúmulo de chuva durante o incremento de tempo  $\Delta t$ .

$F(\Delta t)$  = infiltração durante o incremento de tempo  $\Delta t$ .

$d'$  = porção impermeável diretamente conectada da bacia de drenagem (fração da área total da bacia).

$\Delta t$  = período de tempo incrementado, em horas.

O hidrograma instantâneo (para cada período) é então calculado pela multiplicação do acúmulo total do escoamento,  $R(\Delta t)$ , pela área da bacia,  $A$ , e dividindo-se pelo incremento de tempo,  $\Delta t$  :

$$I(\Delta t) = \frac{R(\Delta t) \cdot A}{\Delta t} \quad (\text{m}^3/\text{s ou ft}^3/\text{s}) \quad (1)$$

O formato do hidrograma de saída,  $Q(\Delta t)$ , é então obtido pelo amortecimento destes hidrogramas instantâneos,  $I(\Delta t)$ , em um reservatório linear equivalente. Esta rotina pode ser feita através do uso da equação da continuidade no reservatório linear para estimar  $Q$  (semelhante ao de Clark):

$$Q(2) = m_0 \cdot I(2) + m_1 \cdot I(1) + m_2 \cdot Q(1)$$

onde:

$I$  = vazões de entrada no reservatório

$$m_0 = (0,5 \cdot t) / (t_c + 0,5 \cdot t)$$

$$m_1 = (0,5 \cdot t) / (t_c + 0,5 \cdot t)$$

$$m_2 = (t_c - 0,5 \cdot t) / (t_c + 0,5 \cdot t)$$

$t_c$  = tempo de concentração

O formato do hidrograma é função da escolha do intervalo de tempo ( $\Delta t$ ) e do tempo de concentração.

No método de Santa Bárbara, toda a chuva que cai na porção impermeável da bacia é considerada chuva excedente.

As equações básicas para este método são suficientemente simples para se calcular ou até mesmo programá-las numa calculadora. Outra vantagem é que ele não tem a tendência de superestimar o pico do hidrograma. Entretanto, como em qualquer método de hidrograma unitário, ele requer a programação de um formato de chuva, a determinação da chuva excedente e um formato do hidrograma (para determinar  $t_c$ ).

Para comparar, o formato do hidrograma obtido pelo método do SCS e pelo de Santa Bárbara, para o período de retorno de 25 anos, e chuva de 6 horas. Através de um rápido exame dos 2 hidrogramas, algo pode ser imediatamente reconhecido que ambos os métodos produzem hidrogramas com formatos similares. Entretanto, o pico do hidrograma do método SCS é maior cerca de 40% (figura 4.17). O volume escoado é menor com o Método de Santa Bárbara em consideração da área de escoamento permeável e da umidade do solo.

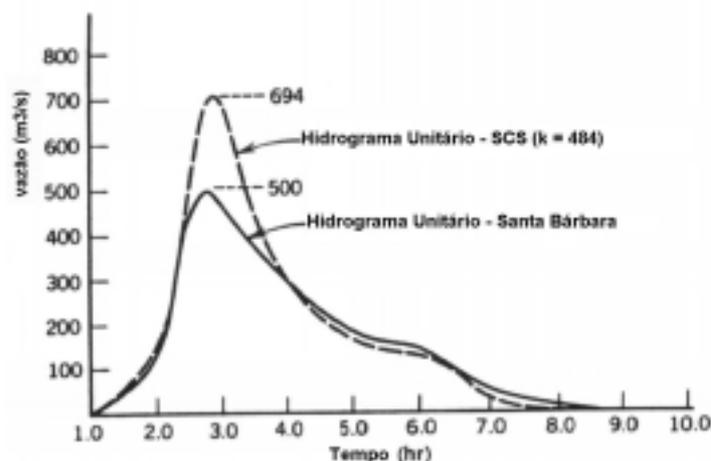


Figura 4.17 : Hidrograma unitário do método Santa Bárbara

