



27 a 31 de Maio de 2002 – Universidade de Brasília – UnB  
Brasília, DF – Brasil

Jornadas Sul-Americanas de Engenharia Estrutural

## **SOBRE OS MÉTODOS DE AVALIAÇÃO DA NÃO-LINEARIDADE FÍSICA E GEOMÉTRICA NA ANÁLISE GLOBAL DE EDIFÍCIOS DE CONCRETO ARMADO**

Eng. Luís Fernando Kaefer, Doutorando, EPUSP, Brasil  
Prof. Túlio Nogueira Bittencourt, Professor Associado, EPUSP, Brasil  
Prof. Ricardo L. S. França, Professor Doutor, EPUSP, Brasil

### **RESUMO**

Este trabalho tem por objetivo analisar a estrutura de contraventamento de um edifício de concreto armado utilizando diversas aproximações para a avaliação dos efeitos da não-linearidade física e geométrica para um edifício esbelto de concreto armado. O objetivo do trabalho é comparar os dispositivos estabelecidos na revisão da norma brasileira de cálculo de estruturas de concreto armado para a avaliação dos efeitos de 2ª ordem, com resultados obtidos da análise não-linear física e geométrica utilizando um programa de elementos finitos. Os modelos utilizados são sempre planos.

## Introdução

Neste trabalho utilizaremos uma estrutura de edifício simplificada, com 16 pavimentos iguais, inclusive no carregamento, com planta baixa duplamente simétrica e com ligações centradas entre vigas e pilares. Nosso intuito ao analisar esta estrutura extremamente simples é o de isolar o problema da avaliação dos efeitos de 2ª ordem nas edificações, utilizando análises lineares e não-lineares e os fatores  $\alpha$  e  $\gamma_z$ .

Para a realização deste trabalho, utilizamos o programa FTOOL. Ele possui um *solver* linear interno e serve como interface gráfica para a utilização do programa ADINA, responsável pela análise não-linear dos pórticos planos. Além disso o programa é capaz de dimensionar seções de concreto armado submetidas à flexão normal composta.

## Dados

### Projeto Arquitetônico

O edifício exemplo é constituído por 16 andares tipo, com distância de piso a piso de 2,80m. O projeto arquitetônico do pavimento tipo é indicado na figura abaixo. As paredes possuem espessura de 15cm.

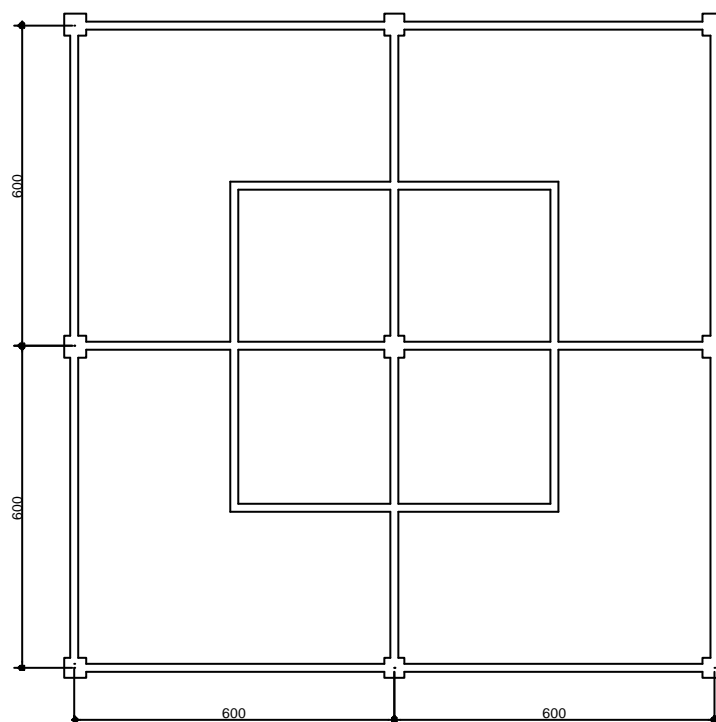


Figura 1: Projeto arquitetônico do pavimento tipo

### Projeto Estrutural – Pré-Dimensionamento

O pré-dimensionamento do pavimento tipo é indicado na Figura 2.

Para a determinação da altura das lajes foi utilizada a Equação (1). Além disso, embora não apresentemos neste trabalho, as lajes foram calculadas e verificadas com a espessura de 12cm.

$$d(\text{cm}) \cong (2,5 - 0,1n)\ell^*(\text{m}) \quad \text{com} \quad \begin{cases} \ell^* \leq \begin{cases} \ell_x & (\ell_x < \ell_y) \\ 0,7\ell_y \end{cases} \\ n = \text{número de bordos engastados} \end{cases} \quad (1)$$

Convencionalmente a altura das vigas é pré-dimensionada dividindo o vão em questão por um número entre 10 e 12,5. Vigas que fazem parte de pórticos de contraventamento precisam ter uma inércia um pouco maior, pois absorverão parte dos esforços horizontais. Desta forma utilizamos uma altura de 60cm ( $\ell/10$ ) para todas as vigas. Consideramos ainda que as vigas possuirão a mesma espessura dos tijolos utilizados para vedação (14cm) e que o edifício será revestido interna e externamente com argamassa numa espessura de 0,5cm.

As dimensões dos pilares foram determinadas inicialmente, estimando-se seu carregamento por meio de áreas de influência. Entretanto, as dimensões que apresentamos na Figura 2 já são fruto das reações verticais aplicadas pelas vigas (peso próprio e cargas verticais).

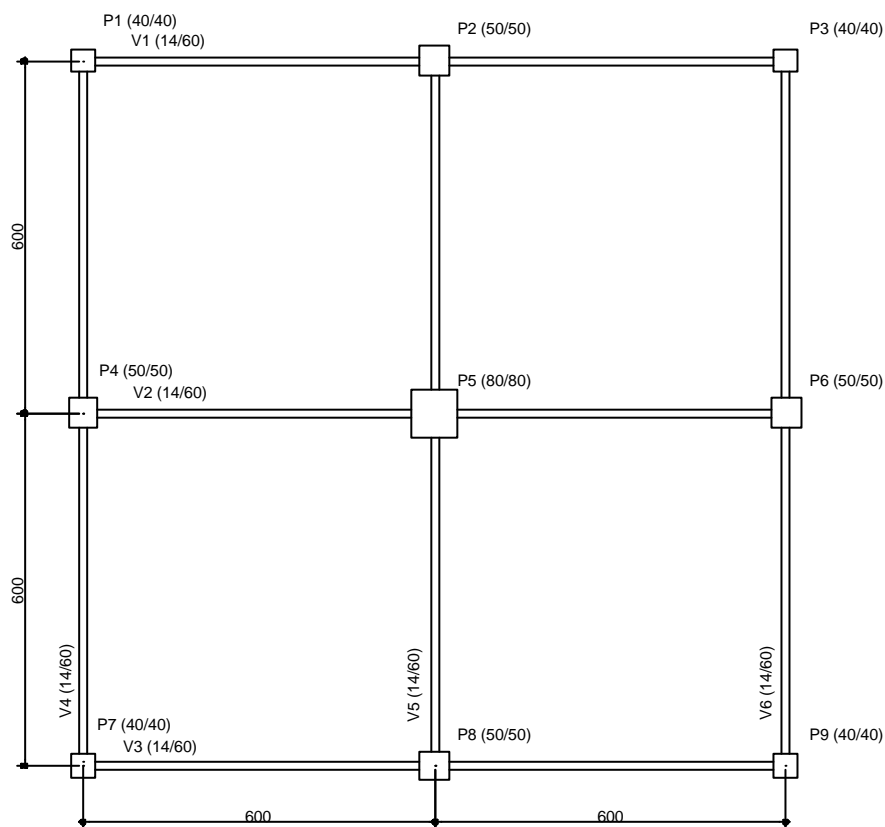


Figura 2 : Planta de formas do pavimento tipo

### Materiais Utilizados e Disposições Construtivas

Neste exemplo utilizaremos concreto com  $f_{ck} = 25\text{MPa}$  e aço CA50A.

Consideramos também que a estrutura está num ambiente com classe de agressividade ambiental do tipo I. Para esta classe de agressividade, ABNT [1] prescreve que sejam utilizados cobrimentos iguais a 2cm para as lajes e 2,5cm para as vigas e pilares.

## Carregamento Vertical

### Lajes

O carregamento atuante sobre as lajes é constituído pelo seu peso próprio, revestimento, paredes de alvenaria e pelas cargas acidentais decorrentes da ocupação do edifício. Neste trabalho consideramos o peso das paredes construídas sobre as lajes uniformemente distribuído sobre todas as lajes. Os valores para os carregamentos utilizados foram retirados de ABNT [2].

Desta forma o carregamento atuante nas lajes é:

Tabela 1 – Carregamento atuante nas lajes (valores característicos)

peso próprio	=	$0,12 \cdot 25$	=	3,0
paredes	=		=	0,91
revestimento	=		=	1,0
$g$	=		=	4,91 kN/m <sup>2</sup>
$q$	=		=	2,0 kN/m <sup>2</sup>

As reações de apoio das lajes sobre as vigas foram calculadas segundo o procedimento indicado no item 14.7.6.1.b. de ABNT [1]. As charneiras são indicadas na próxima figura:

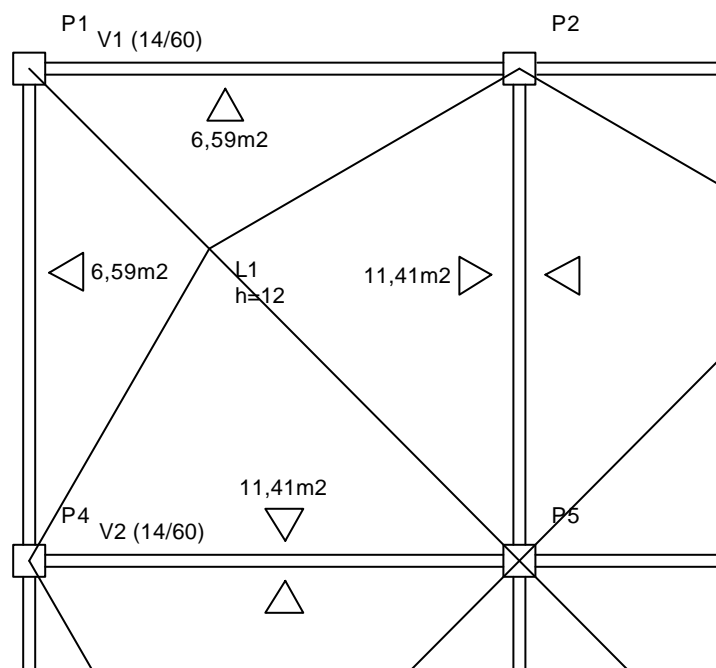


Figura 3 : Distribuição de carga das lajes para as vigas

Tabela 2 – Reações das lajes sobre as vigas (valores característicos)

Viga	$g$ (kN/m)	$q$ (kN/m)
V1=V3=V4=V6	5,39	2,2
V2=V5	18,68	7,6

## Vigas

O carregamento vertical aplicado às vigas é composto pela reação das lajes, peso próprio da viga e carga das paredes sobre as vigas. A seguir indicamos os valores dos carregamentos para as vigas tipo V1 e V2, bem como o modelo utilizado para calcular os esforços provenientes do carregamento vertical (segundo o item 14.6.7.1, em ABNT [1]).

$$V1=V3=V4=V6$$

Tabela 3 – Carregamento sobre V1 (valores característicos)

peso próprio	=	2,10
paredes	=	4,47
lajes (g)	=	5,39
<b>g</b>	=	<b>11,96 kN/m</b>
q (lajes)	=	2,2 kN/m

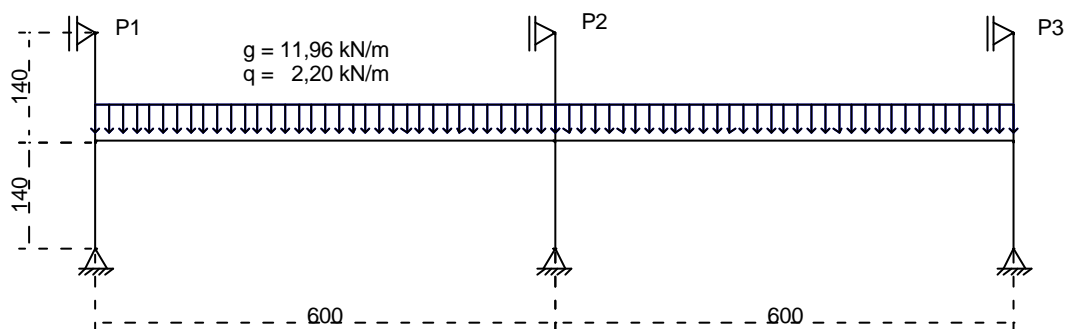


Figura 4 : Viga V1

$$V2=V5$$

Tabela 4 – Carregamento sobre V2 (valores característicos)

peso próprio	=	2,10
paredes	=	4,47
lajes (g)	=	18,68
<b>g</b>	=	<b>25,25 kN/m</b>
q (lajes)	=	7,6 kN/m

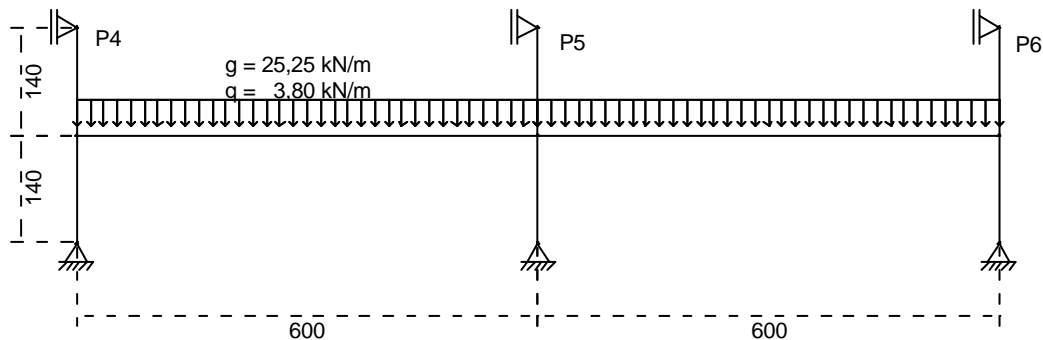


Figura 5: Viga V2

## Pilares

O carregamento vertical atuante nos pilares é constituído pelo seu peso próprio e pelas reações (só carregamento vertical) das vigas.

## Carregamento Horizontal

### Vento

O efeito do vento no edifício foi calculado segundo a metodologia indicada em ABNT [3], com o coeficiente de arrasto determinado segundo seu item 6.3.

#### Dados:

$v_0 = 40$  m/s (localidade → São Paulo/SP)

$s_1 = 1,00$  (terreno plano ou fracamente acidentado)

$$s_2 = \begin{cases} b = 0,85 \\ F_r = 0,98 \\ p = 0,13 \end{cases} \quad \text{(Subúrbio densamente construído de grandes cidades e dimensão da edificação compreendida entre 20 e 50m)}$$

$s_3 = 1,00$  (edificação residencial)

#### Coeficiente de Arrasto ( $C_a$ )

Vento na direção paralela aos eixos x e y (lembrando que a estrutura possui dois eixos de simetria):

$$\left. \begin{array}{l} l_1 = 12,4 \text{ m} \\ l_2 = 12,4 \text{ m} \\ h = 44,8 \text{ m} \end{array} \right\} \Rightarrow C_a = 1,34$$

Tabela 5 – Carregamento proveniente do vento sobre a estrutura

Andar	Cota Piso (m)	Cota Média (m)	$s_2$	$v_k$ (m/s)	$w_k$ (kN/m <sup>2</sup> )	$S_{exp}$ (m <sup>2</sup> )	$W_k$ (kN) <sup>(*)</sup>	$M_{base}$ (kNm)	$W_k^{(**)}$ (kN)
16 <sup>o</sup>	44,80	43,40	1,001	40,03	0,982	35,00	46,07	2063,9	23,03
15 <sup>o</sup>	42,00	40,60	0,992	39,70	0,966	35,00	45,31	1902,9	45,69
14 <sup>o</sup>	39,20	37,80	0,984	39,35	0,949	35,00	44,51	1744,6	44,91
13 <sup>o</sup>	36,40	35,00	0,974	38,97	0,931	35,00	43,66	1589,1	44,08
12 <sup>o</sup>	33,60	32,20	0,964	38,56	0,912	35,00	42,76	1436,6	43,21
11 <sup>o</sup>	30,80	29,40	0,953	38,13	0,891	35,00	41,80	1287,3	42,28
10 <sup>o</sup>	28,00	26,60	0,941	37,65	0,869	35,00	40,76	1141,4	41,28
09 <sup>o</sup>	25,20	23,80	0,928	37,13	0,845	35,00	39,64	999,1	40,20
08 <sup>o</sup>	22,40	21,00	0,914	36,56	0,819	35,00	38,42	860,7	39,03
07 <sup>o</sup>	19,60	18,20	0,898	35,91	0,790	35,00	37,07	726,6	37,75
06 <sup>o</sup>	16,80	15,40	0,879	35,17	0,758	35,00	35,56	597,4	36,32
05 <sup>o</sup>	14,00	12,60	0,857	34,30	0,721	35,00	33,82	473,4	34,69
04 <sup>o</sup>	11,20	9,80	0,831	33,24	0,677	35,00	31,76	355,7	32,79

03°	8,40	7,00	0,797	31,87	0,623	35,00	29,20	245,2	30,48
02°	5,60	4,20	0,747	29,90	0,548	35,00	25,70	143,9	27,45
01°	2,80	1,40	0,651	26,06	0,416	35,00	19,52	54,7	22,61
T	0,00						M <sub>k,base tot.</sub> =	15622,6	9,76

(\*) calculado para a cota média

(\*\*) calculado para as cotas dos nós da estrutura

## Desaprumo

Segundo o tópico 11.3.3.4.a de ABNT [1] deve ser levado em conta o desaprumo global da estrutura. Entretanto, este carregamento pode ser desconsiderado se o momento aplicado à base da estrutura, pelas forças horizontais equivalentes ao desaprumo, for menor que o esforço de vento.

$$(M_{k,base,vento} = 15622 \text{ kNm}) \gg (M_{k,base,desaprumo global} = 1863 \text{ kNm})$$

## Combinações de Carregamento

As combinações de carregamento seguem o disposto em ABNT [1], com os coeficientes de ponderação das ações no estado limite último (ELU) apresentados no item 11.7.1 e combinações últimas usuais indicadas em 11.8.2.4. Como o edifício é duplamente simétrico, apenas uma direção é considerada.

$$\text{(Combinação 1)} \quad F_{d1} = 1,4 F_{gk} + 1,4 (F_{qk,vertical} + 0,6 F_{qk,vento}) \quad (2)$$

$$\text{(Combinação 2)} \quad F_{d2} = 1,4 F_{gk} + 1,4 (0,5 F_{qk,vertical} + F_{qk,vento})$$

## Verificação da Esbeltez da Estrutura

A esbeltez da estrutura e consequentemente a importância dos efeitos de 2ª ordem no dimensionamento de um edifício podem ser avaliados pelos coeficientes  $\gamma_z$  e parâmetro de instabilidade  $\alpha$ , segundo os itens 15.5.1 e 15.5.2 de ABNT [1].

### Parâmetro de Instabilidade $\alpha$

O parâmetro  $\alpha$  é calculado com as seguintes expressões, retiradas de ABNT [1]:

$$\alpha \leq \alpha_1 \quad (3)$$

$$\alpha = H_{tot} \sqrt{\frac{N_k}{E_{cs} I_c}} \quad (4)$$

$$\alpha_1 = 0,2 + 0,1 \cdot n \quad \text{se } n \leq 3 \quad (5)$$

$$\alpha_1 = 0,6 \quad \text{para } n \geq 4$$

onde:

$n$  - número de níveis de barras horizontais (andares) acima da fundação ou de um nível pouco deslocável do subsolo;

$H_{tot}$  - altura total da estrutura, medida a partir do topo da fundação ou de um nível pouco deslocável do subsolo;

$N_k$  - somatória de todas as cargas verticais atuantes na estrutura (a partir do

nível considerado para o cálculo de  $H_{tot}$ ), com seu valor característico.

$E_{cs} I_c$  - somatória da rigidez de todos os pilares na direção considerada. No caso de estruturas de pórticos, de treliças ou mistas, ou com pilares de rigidez variável ao longo da altura, permite-se considerar produto de rigidez  $E_{cs} I_c$  de um pilar equivalente de seção constante.

Para  $E_c$  permite-se adotar, nessa expressão e em todas as análises de estabilidade global, o valor do módulo de elasticidade inicial ( $E_{cs} = 0,85 \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}}$  (MPa) ).

Para a determinação da inércia equivalente ( $I_c$ ) dos pórticos de contraventamento da estrutura exemplo, calculamos a rigidez de um pilar equivalente de seção constante, engastado na base e livre no topo, de mesma altura  $H_{tot}$ , tal que, sob a ação do mesmo carregamento característico horizontal, este sofresse o mesmo deslocamento verificado no topo da estrutura de contraventamento submetida ao mesmo carregamento.

Ainda segundo ABNT [1], o valor limite  $\alpha_1 = 0,6$  prescrito para  $n \geq 4$  é, em geral, aplicável às estruturas usuais de edifícios, valendo para associações de pilares-parede, e para pórticos associados a pilares-parede. O valor de referência pode ser aumentado para 0,7 no caso de contraventamento constituído exclusivamente por pilares-parede, e deve ser reduzido para 0,5 quando só houver pórticos.

Tabela 6 – Parâmetro de Instabilidade  $\alpha$  - Valores Obtidos

$H_{tot}$	$N_k$ (kN)	$E_{cs}$ (GPa)	$I_c$ (m <sup>4</sup> )	<b><math>\alpha</math></b>
44,80	26043	23,8	4,655	<b>0,69</b>

Analisando o parâmetro de instabilidade obtido, verificamos que ele possui valor superior aos valores de referência (0,5 a 0,6) e que portanto os efeitos de 2ª ordem são importantes para esta estrutura.

### Coeficiente $\gamma_z$

O coeficiente  $\gamma_z$ , de majoração dos efeitos finais com relação aos de 1ª ordem pode ser calculado de maneira simplificada pela expressão (ABNT [1]):

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_{tot,d}}{M_{1,tot,d}}} \quad (6)$$

sendo:

$M_{1,tot,d}$  - momento de tombamento, ou seja, a soma dos momentos de todas as forças horizontais, com seus valores de cálculo, em relação à base da estrutura;

$\Delta M_{tot,d}$  - soma dos produtos de todas as forças verticais atuantes na estrutura, com seus valores de cálculo, pelos deslocamentos horizontais de seus respectivos pontos de aplicação, obtidos da análise de 1ª ordem.

Essa avaliação é efetuada a partir dos resultados de uma análise linear de primeira ordem, adotando-se os valores de rigidez dados nas equações (7), que estimam o efeito da não-linearidade física.

para vigas  $(EI)_{sec} = 0,4 \cdot E_c I_c$  para  $A'_s \neq A_s$  e (\*) (7)



$$(EI)_{\text{sec}} = 0,5 \cdot E_c I_c \text{ para } A'_s = A_s$$

para pilares :  $(EI)_{\text{sec}} = 0,8 \cdot E_c I_c^{(*)}$

para estruturas de contraventamento compostas exclusivamente por vigas e pilares, pode-se considerar para ambas:  $(EI)_{\text{sec}} = 0,7 \cdot E_{ci} I_c$

sendo

$E_c$  : o módulo de elasticidade inicial do concreto ( $E_{ci} = 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}}$  (MPa) ) e

$I_c$  : o momento de inércia da seção bruta de concreto

$(*)$  valores de inércia utilizados nesta simulação

O valor de  $\gamma_z$  foi calculado para as duas combinações de carregamento, e os resultados estão transcritos nas próximas tabelas.

Tabela 7 – Cálculo de  $g_z$  para a combinação de carregamento 1

Andar	Cota Piso (m)	W <sub>d</sub> (kN)	M <sub>1</sub> (kNm)	P <sub>d,andar</sub> (kN)	d (m)	dM (kNm)	
16°	44,80	19,35	866,8	2279	0,102	233,1	
15°	42,00	38,38	1611,9	2279	0,101	229,7	
14°	39,20	37,72	1478,7	2279	0,099	224,7	
13°	36,40	37,03	1347,8	2279	0,096	217,6	
12°	33,60	36,29	1219,5	2279	0,092	209,0	
11°	30,80	35,51	1093,8	2279	0,087	198,3	
10°	28,00	34,67	970,9	2279	0,081	185,5	
09°	25,20	33,77	851,0	2279	0,075	170,7	
08°	22,40	32,79	734,5	2279	0,068	154,0	
07°	19,60	31,71	621,5	2279	0,060	135,8	
06°	16,80	30,50	512,5	2279	0,051	115,8	
05°	14,00	29,14	407,9	2279	0,041	94,3	
04°	11,20	27,54	308,5	2279	0,032	71,8	
03°	8,40	25,60	215,0	2279	0,022	49,0	
02°	5,60	23,05	129,1	2279	0,012	27,1	
01°	2,80	18,99	53,2	2279	0,004	8,8	
T	0,00	8,20	0,0	0	0,000	0,0	
		M <sub>1,tot,d</sub>	12422.6			ΔM <sub>tot,d</sub>	2325.2

$g_z =$	1,23
---------	------

Tabela 8 – Cálculo de  $g_z$  para a combinação de carregamento 2

Andar	Cota Piso (m)	$W_d$ (kN)	$M_1$ (kNm)	$P_{d, \text{andar}}$ (kN)	d (m)	dM (kNm)
16°	44,80	32,25	1444,7	2077	0,171	354,2
15°	42,00	63,96	2686,5	2077	0,168	349,0
14°	39,20	62,87	2464,5	2077	0,164	341,3
13°	36,40	61,71	2246,4	2077	0,159	330,7
12°	33,60	60,49	2032,5	2077	0,153	317,4
11°	30,80	59,19	1823,0	2077	0,145	301,0
10°	28,00	57,79	1618,1	2077	0,136	281,7
09°	25,20	56,29	1418,4	2077	0,125	259,2
08°	22,40	54,65	1224,1	2077	0,113	234,1

07°	19,60	52,85	1035,8	2077	0,099	206,3
06°	16,80	50,84	854,1	2077	0,085	175,9
05°	14,00	48,56	679,9	2077	0,069	143,3
04°	11,20	45,90	514,1	2077	0,053	109,3
03°	8,40	42,67	358,4	2077	0,036	74,4
02°	5,60	38,42	215,2	2077	0,020	41,1
01°	2,80	31,65	88,6	2077	0,006	13,4
T	0,00	13,67	0,0	0	0,000	0,0
M <sub>1,tot,d</sub>			20704,3	ΔM <sub>tot,d</sub>		3532,1
g <sub>z</sub> =				1,21		

Como os valores de  $\gamma_z$  são maiores que 1,1 para os dois casos, verificamos que a estrutura é de nós deslocáveis (ABNT [1]).

### Verificação em serviço

A deformabilidade da estrutura em serviço foi verificada utilizando a combinação de carregamento que considera o vento como ação principal:

$$F_{d,ser} = \sum F_{gik} + \psi_1 F_{q1k} + \psi_2 \sum F_{qjk} \quad (8)$$

$$F_{d,ser} = F_{gk} + 0,3F_{qk,vento} + 0,3F_{qk,vertical}$$

Os limites para os deslocamentos devem ser limitados a  $\ell_i/1000$  entre pavimentos e  $\ell/1700$  para o edifício como um todo, para evitar o mau funcionamento de elementos não estruturais. Para a análise em serviço, consideramos as seções íntegras dos pilares ( $E_{ci}I_c$ ). Os resultados obtidos encontram-se na tabela abaixo:

Tabela 9 – Verificação da Estrutura em Serviço

Andar	Cota Piso (m)	$\ell_i$ (m)	a (cm)	Da (cm)	Da,adm (cm)
16°	44,80	2,80	2,07	0,0320	0,280
15°	42,00	2,80	2,04	0,0490	0,280
14°	39,20	2,80	1,99	0,0650	0,280
13°	36,40	2,80	1,93	0,0810	0,280
12°	33,60	2,80	1,85	0,0970	0,280
11°	30,80	2,80	1,75	0,1130	0,280
10°	28,00	2,80	1,64	0,1280	0,280
09°	25,20	2,80	1,51	0,1430	0,280
08°	22,40	2,80	1,37	0,1570	0,280
07°	19,60	2,80	1,21	0,1700	0,280
06°	16,80	2,80	1,04	0,1827	0,280
05°	14,00	2,80	0,86	0,1925	0,280
04°	11,20	2,80	0,66	0,1990	0,280
03°	8,40	2,80	0,46	0,1967	0,280
02°	5,60	2,80	0,27	0,1736	0,280
01°	2,80	2,80	0,09	0,0945	0,280
T	0,00		0,00		

$$a_{16^{\circ} \text{ andar}} = 2,07 \text{ cm} \leq \frac{\ell}{1700} = 2,635 \text{ cm}$$

Da avaliação da esbeltez da estrutura e de sua verificação em serviço, observa-se que apesar da estrutura ser esbelta, e consequentemente apresentar deslocamentos maiores que uma estrutura de nós fixos, a estrutura ainda apresenta deslocamentos em serviço inferiores aos máximos previstos em norma. Entretanto vemos que o comportamento da estrutura em serviço limita a esbeltez das estruturas, pois apesar de podermos dimensionar e modelar corretamente estruturas com efeitos de 2ª ordem maiores, estas podem não apresentar conforto e apresentar problemas em elementos não estruturais decorrentes de sua deformabilidade excessiva.

## MODELO 1: Aproximação Linear, com a utilização do fator $\gamma_z$

Segundo ABNT [1], item 15.7.1, permite-se utilizar uma solução aproximada para o cálculo de estruturas de nós móveis que possuam valores para  $\gamma_z$  situados entre 1,1 e 1,3. Nestes casos, os esforços finais são avaliados a partir da majoração adicional dos esforços horizontais da combinação de carregamento avaliada por  $0,95 \gamma_z$ . Desta forma, os esforços serão combinados da seguinte maneira para a obtenção dos esforços finais para dimensionamento:

$$\begin{aligned} \text{(Combinação 1)} \quad & \begin{cases} F_{d1} = 1,4 F_{gk} + 1,4 (F_{qk, \text{vertical}} + 0,95 \cdot \gamma_z \cdot 0,6 F_{qk, \text{vento}}) \\ F_{d1} = 1,4 F_{gk} + 1,4 (F_{qk, \text{vertical}} + 0,95 \cdot 1,23 \cdot 0,6 F_{qk, \text{vento}}) \end{cases} \quad (9) \\ \text{(Combinação 2)} \quad & \begin{cases} F_{d2} = 1,4 F_{gk} + 1,4 (0,5 F_{qk, \text{vertical}} + 0,95 \cdot \gamma_z \cdot F_{qk, \text{vento}}) \\ F_{d2} = 1,4 F_{gk} + 1,4 (0,5 F_{qk, \text{vertical}} + 0,95 \cdot 1,21 \cdot F_{qk, \text{vento}}) \end{cases} \end{aligned}$$

Nesta aproximação linear, foram utilizados dois modelos para a obtenção dos esforços finais. No primeiro, obtém-se os esforços decorrentes das cargas verticais ( $g+q$ ), nas vigas e pilares, conforme representado na próxima figura.

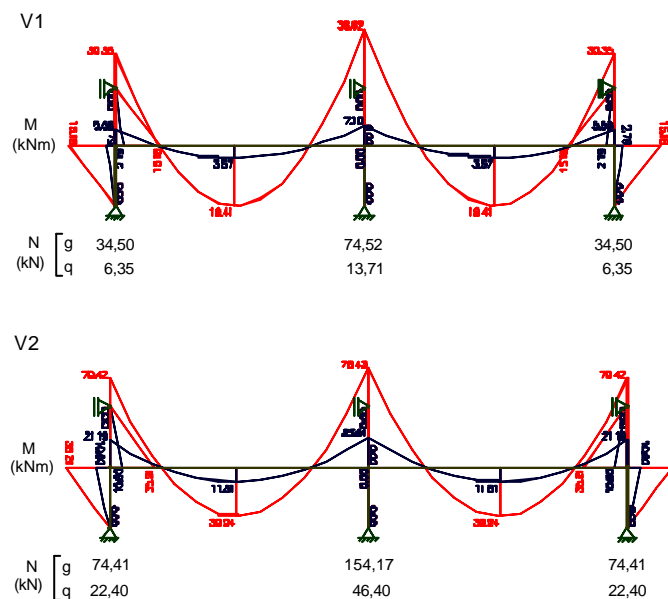


Figura 6: Esforços verticais nas vigas (momentos fletores e reações nos pilares em valores característicos)

O segundo modelo consiste do pórtico plano formado pelos pórticos de contraventamento do edifício em uma direção, unidos por barras rígidas. A este pórtico, foi aplicado apenas o carregamento de vento:

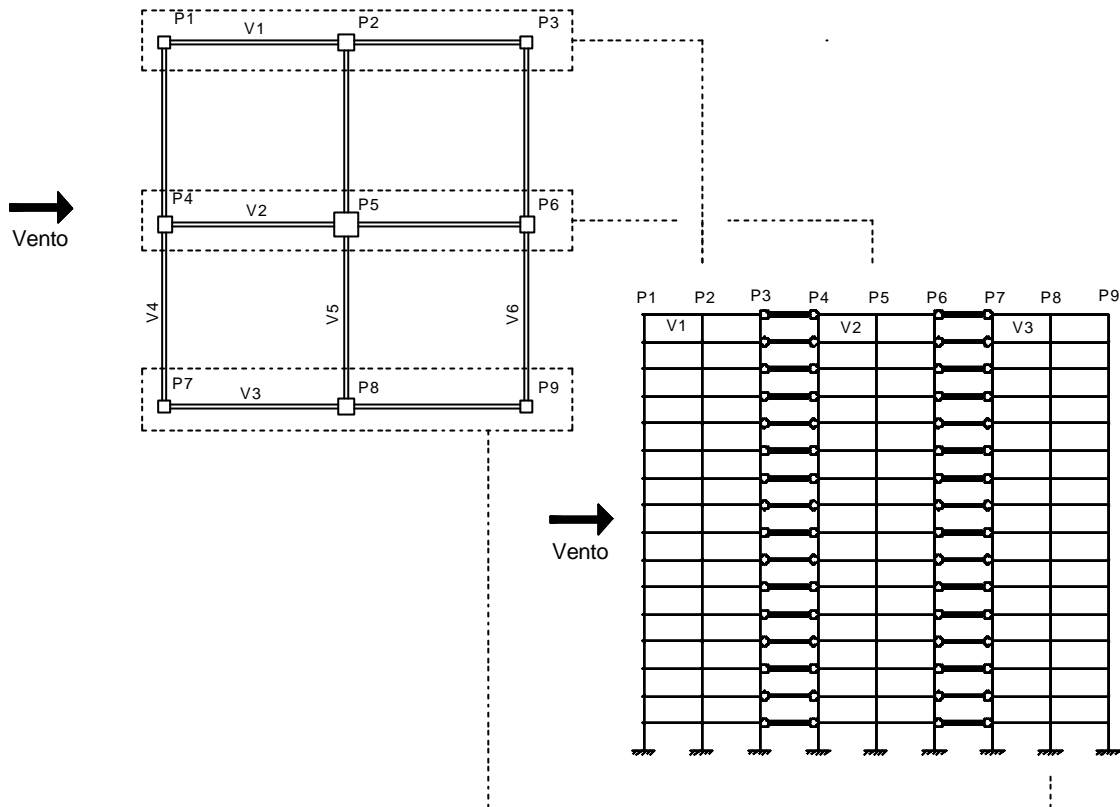


Figura 7: Pórtico Plano

### Dimensionamento das vigas

Utilizamos uma distribuição de armadura do pavimento térreo até o 8º andar e outro do 9º ao 16º andar. No primeiro intervalo, os maiores esforços são obtidos combinando os esforços do modelo de viga aos de vento nas vigas do 4º andar. Para o segundo intervalo, a pior situação ocorre no 9º andar.

As próximas tabelas e figuras apresentam de forma sucinta os dados utilizados e o dimensionamento obtido para as vigas V1 e V2 no 4º andar. Apenas apresentaremos as armaduras obtidas no 9º andar. Desconsideramos os esforços normais atuantes nas vigas

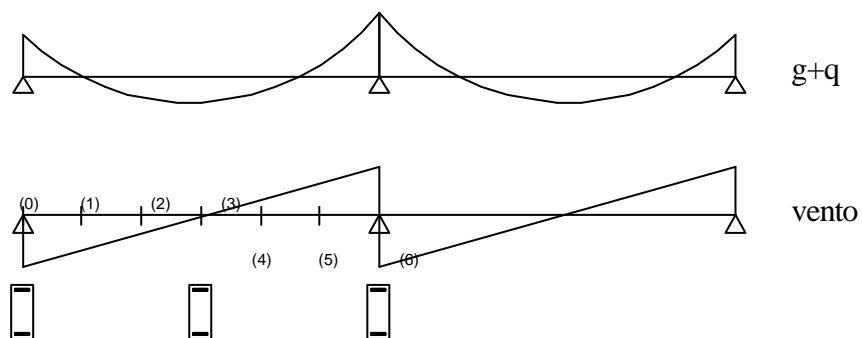


Figura 8: Esforços atuantes nas vigas (esquema)

**Viga V1:**

Tabela 10 – Esforços Atuantes em V1 (Momento Fletor (kNm))

		(0)	(1)	(2)	$M_{\text{máx},g+q}$	(3)	(4)	(5)	(6)
viga	Comb. 1 1,4g + 1,4q	-50,31	-2,99	24,47	32,18	32,04	19,84	-12,32	-64,01
	Comb. 2 1,4g + 1,4q	-46,30	-2,76	22,57	29,68	29,55	18,30	-11,36	-59,04
pórtico	Comb. 1 0,98 vento	$\pm 101,75$	$\pm 67,73$	$\pm 33,67$	$\pm 3,58$	$\pm 0,39$	$\pm 34,45$	$\pm 68,50$	$\pm 102,56$
	Comb. 2 1,61 vento	$\pm 166,48$	$\pm 110,82$	$\pm 55,09$	$\pm 5,86$	$\pm 0,64$	$\pm 55,82$	$\pm 111,54$	$\pm 167,80$

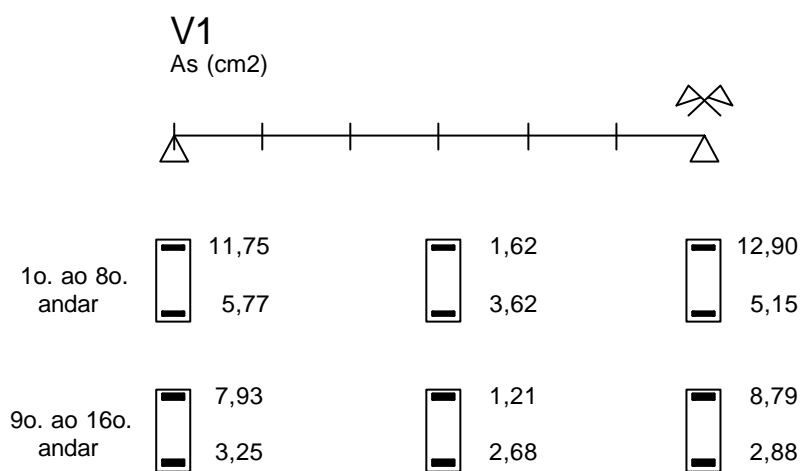


Figura 9: Armaduras calculadas para V1

**Viga V2:**

Tabela 11 – Esforços Atuantes em V2 (Momento Fletor (kNm))

		(0)	(1)	(2)	$M_{\text{máx},g+q}$	(3)	(4)	(5)	(6)
viga	Comb. 1 1,4g + 1,4q	-113,42	-14,07	45,02	63,20	63,13	40,41	-22,64	-126,33
	Comb. 2 1,4g + 1,4q	-128,26	-16,03	50,91	71,48	71,39	45,69	-25,60	-142,86
pórtico	Comb. 1 0,98 vento	$\pm 111,18$	$\pm 73,88$	$\pm 36,57$	$\pm 3,72$	$\pm 0,74$	$\pm 38,04$	$\pm 75,35$	$\pm 112,65$
	Comb. 2 1,61 vento	$\pm 182,47$	$\pm 121,02$	$\pm 59,95$	$\pm 6,10$	$\pm 1,12$	$\pm 62,18$	$\pm 123,24$	$\pm 184,31$

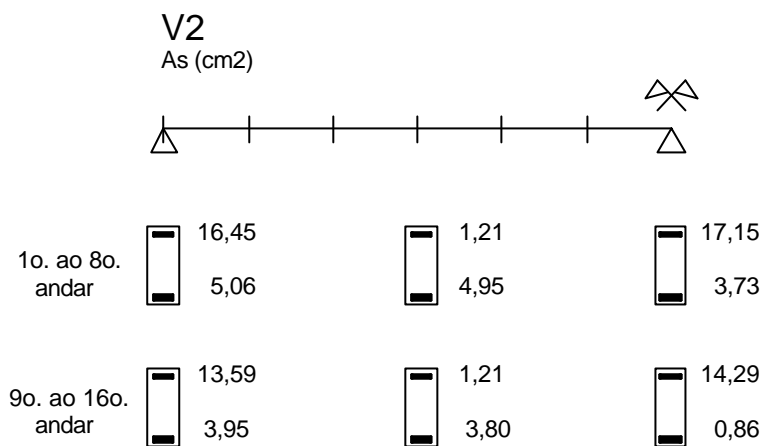


Figura 10: Armaduras calculadas para V2

### Dimensionamento dos pilares

Os pilares foram dimensionados segundo o procedimento indicado em ABNT [1]. Todos os pilares resultaram curtos. As imperfeições locais foram avaliadas respeitando-se o momento mínimo prescrito no item 11.3.3.4.b para a avaliação das excentricidades acidentais. Os esforços finais para dimensionamento foram obtidos da somatória dos momentos fletores e esforços normais do pórtico plano (para a situação mais desfavorável), peso próprio dos pilares e esforços aplicados aos pilares pelas vigas que sobre ele incidem (momento fletor e força normal).

Os pilares foram dimensionados com os Ábacos de Montoya (Moran [8]) para flexão oblíqua (considerando a armadura uniformemente distribuída nas quatro faces e  $d'/h=0,10$ ), pois ao considerar o momento fletor introduzido pelas vigas perpendiculares ao pórticos e os momentos fletores mínimos, nas combinações mais desfavoráveis, recaímos em flexões oblíquas.

### Pilares tipo P1

As situações de dimensionamento mais desfavoráveis ocorrem para combinação 1:

Tabela 12 – Dimensionamento de P1

Pav.	Seção	Carregamento Vertical			Carregamento Horizontal			Combinação 1			M <sub>1d,min</sub> (kNm)	Dimensionamento						A <sub>s,tot</sub> (cm <sup>2</sup> )
		Combinação 1 (1,4g+0,7q+1,61w)			Combinação 1 (1,4g+0,7q+1,61w)			Combinação 1				Situação 1			Situação 2			
		N <sub>d</sub> (kN)	M <sub>dx</sub> (kNm)	M <sub>dy</sub> (kNm)	N <sub>d</sub> (kN)	M <sub>dx</sub> (kNm)	M <sub>dy</sub> (kNm)	N <sub>d</sub> (kN)	M <sub>dx</sub> (kNm)	M <sub>dy</sub> (kNm)		η	μ <sub>x</sub>	μ <sub>y</sub>	η	μ <sub>x</sub>	μ <sub>y</sub>	
08°	a	1090,6	23,2	23,2	198,1		73,06	1288,7	23,2	96,3	34,8	0,45	0,03	0,08	0,45	0,02	0,08	<b>6,40</b>
	c	1090,6			198,1			1288,7										
	b	1090,6	-23,2	-23,2	198,1		-57,68	1288,7	-23,2	-80,9		0,45	0,03	0,07	0,45	0,02	0,07	<b>6,40</b>
07°	a	1211,8	23,2	23,2	243,8		78,99	1455,6	23,2	102,2	39,3	0,51	0,03	0,09	0,51	0,02	0,09	<b>6,40</b>
	c	1211,8			243,8			1455,6										
	b	1211,8	-23,2	-23,2	243,8		-65,06	1455,6	-23,2	-88,3		0,51	0,03	0,08	0,51	0,02	0,08	<b>6,40</b>
06°	a	1333,0	23,2	23,2	293,7		83,94	1626,7	23,2	107,1	43,9	0,57	0,04	0,09	0,57	0,02	0,09	<b>6,40</b>
	c	1333,0			293,7			1626,7										
	b	1333,0	-23,2	-23,2	293,7		-72,41	1626,7	-23,2	-95,6		0,57	0,04	0,08	0,57	0,02	0,08	<b>6,40</b>
05°	a	1454,2	23,2	23,2	347,1		87,07	1801,2	23,2	110,3	48,6	0,63	0,04	0,10	0,63	0,02	0,10	<b>8,54</b>
	c	1454,2			347,1			1801,2										
	b	1454,2	-23,2	-23,2	347,1		-79,92	1801,2	-23,2	-103,1		0,63	0,04	0,09	0,63	0,02	0,09	<b>8,54</b>

04°	a	1575,3	23,2	23,2	402,8		86,57	1978,1	23,2	109,8	53,4	0,69	0,05	0,10	0,69	0,02	0,10	<b>14,46</b>
	c	1575,3			402,8			1978,1										
	b	1575,3	-23,2	-23,2	402,8		-88,07	1978,1	-23,2	-111,3		0,69	0,05	0,10	0,69	0,02	0,10	<b>14,46</b>
03°	a	1696,5	23,2	23,2	458,5		78,38	2155,0	23,2	101,6	58,2	0,75	0,05	0,09	0,75	0,02	0,09	<b>17,74</b>
	c	1696,5			458,5			2155,0										
	b	1696,5	-23,2	-23,2	458,5		-97,42	2155,0	-23,2	-120,6		0,75	0,05	0,11	0,75	0,02	0,11	<b>17,74</b>
02°	a	1817,7	23,2	23,2	509,3		54,53	2327,0	23,2	77,7	62,8	0,81	0,05	0,07	0,81	0,02	0,07	<b>21,03</b>
	c	1817,7			509,3			2327,0										
	b	1817,7	-23,2	-23,2	509,3		106,68	2327,0	-23,2	-129,9		0,81	0,05	0,11	0,81	0,02	0,11	<b>21,03</b>
01°	a	1938,9	23,2	23,2	546,0		3,09	2484,9	23,2	26,3	67,1	0,87	0,06	0,02	0,87	0,02	0,06	<b>24,31</b>
	c	1938,9			546,0			2484,9										
	b	1938,9	-23,2	-23,2	546,0		136,92	2484,9	-23,2	113,7		0,87	0,06	0,10	0,87	0,02	0,10	<b>24,31</b>

Situação 1: Mmín considerado na direção y

Situação 2: Mmín considerado na direção x

Considerar armadura mínima do 9° ao 16 andar.

## Pilares tipo P2

As situações de dimensionamento mais desfavoráveis ocorrem para a combinação 1, com P2=P4, no pórtico do meio (pórtico formado por P4, P5 e P6 e V2):

Tabela 13 – Dimensionamento de P2

Pav.	Seção	Carregamento Vertical			Carregamento Horizontal			Combinação 1			M <sub>1d,min</sub> (kNm)	Dimensionamento						A <sub>s,tot</sub> (cm <sup>2</sup> )
		Combinação 1 (1,4g+0,7q+1,61w)			Combinação 1 (1,4g+0,7q+1,61w)							Situação 1			Situação 2			
		N <sub>d</sub> (kN)	M <sub>dx</sub> (kNm)	M <sub>dy</sub> (kNm)	N <sub>d</sub> (kN)	M <sub>dx</sub> (kNm)	M <sub>dy</sub> (kNm)	N <sub>d</sub> (kN)	M <sub>dx</sub> (kNm)	M <sub>dy</sub> (kNm)		η	μ <sub>x</sub>	μ <sub>y</sub>	η	μ <sub>x</sub>	μ <sub>y</sub>	
08°	a	2324,7	0	64,13	0			2324,7	0	64,13	69,7	0,52	0,03	0,03	0,52	0,00	0,03	10,00
	c	2324,7			0			2324,7										
	b	2324,7	0	-64,13	0			2324,7	0	-64,13		0,52	0,03	0,03	0,52	0,00	0,03	10,00
07°	a	2583,0	0	64,13	0			2583,0	0	64,13	77,5	0,58	0,03	0,03	0,58	0,00	0,03	10,00
	c	2583,0			0			2583,0										
	b	2583,0	0	-64,13	0			2583,0	0	-64,13		0,58	0,03	0,03	0,58	0,00	0,03	10,00
06°	a	2841,3	0	64,13	321,39		102,05	3162,7	0	166,18	94,9	0,71	0,04	0,07	0,71	0,00	0,07	10,91
	c	2841,3			321,39			3162,7										
	b	2841,3	0	-64,13	321,39		-62,50	3162,7	0	-126,63		0,71	0,04	0,06	0,71	0,00	0,06	10,91
05°	a	3099,6	0	64,13	387,97		103,08	3487,6	0	167,21	104,6	0,78	0,05	0,07	0,78	0,00	0,07	12,32
	c	3099,6			387,97			3487,6										
	b	3099,6	0	-64,13	387,97		-83,74	3487,6	0	-147,87		0,78	0,05	0,07	0,78	0,00	0,07	12,32
04°	a	3357,9	0	64,13	448,99		98,12	3806,9	0	162,25	114,2	0,85	0,05	0,07	0,85	0,00	0,07	25,67
	c	3357,9			448,99			3806,9										
	b	3357,9	0	-64,13	448,99		-100,99	3806,9	0	-165,12		0,85	0,05	0,07	0,85	0,00	0,07	25,67
03°	a	3616,2	0	64,13	510,00		80,81	4126,2	0	144,94	123,8	0,92	0,06	0,06	0,92	0,00	0,06	41,07
	c	3616,2			510,00			4126,2										
	b	3616,2	0	-64,13	510,00		-129,78	4126,2	0	-193,91		0,92	0,06	0,09	0,92	0,00	0,09	41,07
02°	a	3874,5	0	64,13	565,82		36,39	4440,3	0	100,52	133,2	0,99	0,06	0,06	0,99	0,00	0,06	51,34
	c	3874,5			565,82			4440,3										
	b	3874,5	0	-64,13	565,82		-179,51	4440,3	0	-243,64		0,99	0,06	0,11	0,99	0,00	0,11	51,34
01°	a	4132,8	0	64,13	605,36		-60,17	4738,2	0	3,96	142,1	1,06	0,06	0,00	1,06	0,00	0,06	72,90
	c	4132,8			605,36			4738,2										
	b	4132,8	0	-64,13	605,36		-284,97	4738,2	0	-349,10		1,06	0,06	0,16	1,06	0,00	0,16	72,90

**Pilar P5**

As situações de dimensionamento mais desfavoráveis ocorrem para a combinação 1:

Tabela 14 – Dimensionamento de P5

Pav.	Seção	Carregamento Vertical			Carregamento Horizontal			Combinação 1			M <sub>1d,min</sub> (kNm)	Dimensionamento						A <sub>s,tot</sub> (cm²)
		Combinação 1 (1,4g+0,7q+1,61w)			Combinação 1 (1,4g+0,7q+1,61w)			Combinação 1				Situação 1			Situação 2			
		N <sub>d</sub> (kN)	M <sub>dx</sub> (kNm)	M <sub>dy</sub> (kNm)	N <sub>d</sub> (kN)	M <sub>dx</sub> (kNm)	M <sub>dy</sub> (kNm)	N <sub>d</sub> (kN)	M <sub>dx</sub> (kNm)	M <sub>dy</sub> (kNm)		η	μ <sub>x</sub>	μ <sub>y</sub>	η	μ <sub>x</sub>	μ <sub>y</sub>	
08°	a	5034,2	0	0	0		288,71	5034,2	0	288,71 <sub>1</sub>	196,3	0,44	0,02	0,03	0,44	0,00	0,03	25,60
	c	5034,2			0			5034,2										
	b	5034,2	0	0	0		-11,46	5034,2	0	-11,46 <sub>1</sub>		0,44	0,02	0,02	0,44	0,00	0,02	25,60
07°	a	5593,6	0	0	0		292,78	5593,6	0	292,77 <sub>6</sub>	218,2	0,49	0,02	0,03	0,49	0,00	0,03	25,60
	c	5593,6			0			5593,6										
	b	5593,6	0	0	0		-40,99	5593,6	0	-40,99 <sub>4</sub>		0,49	0,02	0,02	0,49	0,00	0,02	25,60
06°	a	6153,0	0	0	0		289,94	6153,0	0	289,93 <sub>9</sub>	240,0	0,54	0,03	0,03	0,54	0,00	0,03	25,60
	c	6153,0			0			6153,0										
	b	6153,0	0	0	0		-80,09	6153,0	0	-80,08 <sub>7</sub>		0,54	0,03	0,03	0,54	0,00	0,03	25,60
05°	a	6712,3	0	0	0		273,46	6712,3	0	273,45 <sub>6</sub>	261,8	0,59	0,03	0,03	0,59	0,00	0,03	25,60
	c	6712,3			0			6712,3										
	b	6712,3	0	0	0		-139,74	6712,3	0	-139,74 <sub>4</sub>		0,59	0,03	0,03	0,59	0,00	0,03	25,60
04°	a	7271,7	0	0	0		228,85	7271,7	0	228,85	283,6	0,64	0,03	0,03	0,64	0,00	0,03	25,60
	c	7271,7			0			7271,7										
	b	7271,7	0	0	0		-243,26	7271,7	0	-243,26 <sub>2</sub>		0,64	0,03	0,03	0,64	0,00	0,03	25,60
03°	a	7831,0	0	0	0		125,38	7831,0	0	125,37 <sub>8</sub>	305,4	0,69	0,03	0,03	0,69	0,00	0,03	27,02
	c	7831,0			0			7831,0										
	b	7831,0	0	0	0		-445,43	7831,0	0	-445,43 <sub>3</sub>		0,69	0,03	0,05	0,69	0,00	0,05	27,02
02°	a	8390,4	0	0	0		-107,94	8390,4	0	-107,94 <sub>4</sub>	327,2	0,73	0,04	0,04	0,73	0,00	0,04	57,83
	c	8390,4			0			8390,4										
	b	8390,4	0	0	0		-884,98	8390,4	0	-884,98 <sub>3</sub>		0,73	0,04	0,10	0,73	0,00	0,10	57,83
01°	a	8949,8	0	0	0		-645,92	8949,8	0	-645,92 <sub>3</sub>	349,0	0,78	0,04	0,07	0,78	0,00	0,07	155,09
	c	8949,8			0			8949,8										
	b	8949,8	0	0	0		-1717	8949,8	0	-1717 <sub>1</sub>		0,78	0,04	0,19	0,78	0,00	0,19	155,09

## MODELO 2: Utilização de modelo que contemple a não-linearidade geométrica

Conforme dito anteriormente, o programa FTOOL foi utilizado como interface gráfica para o programa ADINA, para a execução das análises não-lineares.

Dentro das diversas opções de elementos e métodos de solução disponíveis no programa ADINA, optamos por utilizar a seguinte estratégia:



Utilizar elementos de viga hermitianos de dois nós (o elemento admite grandes deslocamentos e rotações, mas apenas pequenas deformações), considerando o material elástico isotrópico e formulação lagrangeana incremental. Para a solução incremental, utilizamos o método de Newton-Raphson Completo, com controle de carga. Como critério de convergência, utilizamos a norma de energia. (Maiores detalhes sobre a formulação dos elementos pode ser vista em Bathe [4] e Bathe [5]).

Para a avaliação da não-linearidade física, utilizamos os mesmos valores indicados em ABNT [1] para a determinação do parâmetro  $\gamma_z$ . Segundo o item 15.3.1 de ABNT [1], calculamos os efeitos de 2ª ordem das cargas majoradas de  $\gamma_f/\gamma_{f3}$ , que posteriormente são majorados de  $\gamma_{f3}$ , com  $\gamma_{f3} = 1,1$ . O fator  $\gamma_{f3}$  considera as incertezas provenientes do método de análise e deve ser aplicado aos valores finais dos esforços. Nos problemas não-lineares, a consideração deste fator em  $\gamma_f$  poderia conduzir a deformações e consequentemente a esforços de 2ª ordem superavaliados (Kaefer [7]). O carregamento foi aplicado à estrutura em 10 incrementos.

Ao pórtico plano foram aplicadas as forças de vento, as cargas distribuídas (permanentes e acidentais) sobre as vigas que fazem parte do modelo e as reações das vigas perpendiculares ao modelo, além é claro, do peso próprio de toda a estrutura, conforme é indicado na Figura 11. No dimensionamento dos pilares foi considerado também o momento aplicado pelas vigas perpendiculares ao pórtico.

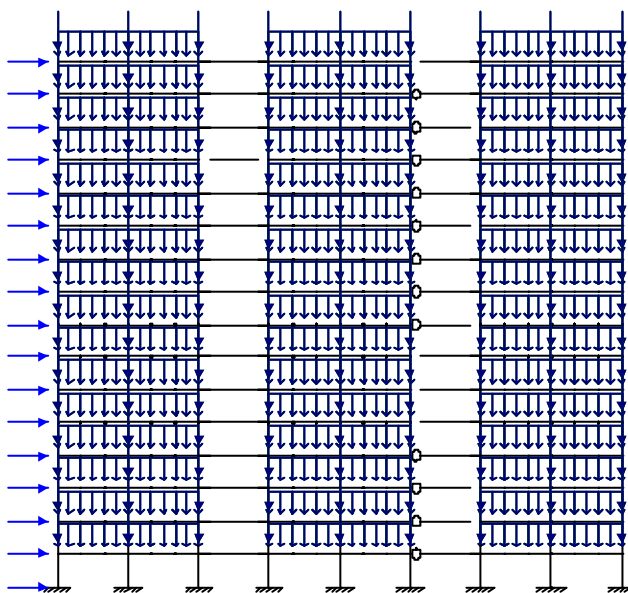


Figura 11: Pórtico plano utilizado nos modelos 2 e 3

### MODELO 3: Utilização de modelo que contemple a não-linearidade física e geométrica

A única diferença entre esta modelagem e a anterior é a utilização de diagramas força normal – momento – curvatura para a avaliação da rigidez de vigas e pilares. Tais diagramas são gerados pelo FTOOL (Kaefer [7]), a partir das armaduras calculadas com os esforços obtidos no modelo 1 e são exportados para o ADINA. Desta forma este é um modelo de verificação, pois necessita de uma distribuição de armaduras inicial.

A rigidez axial do elemento é suposta constante e é calculada por:

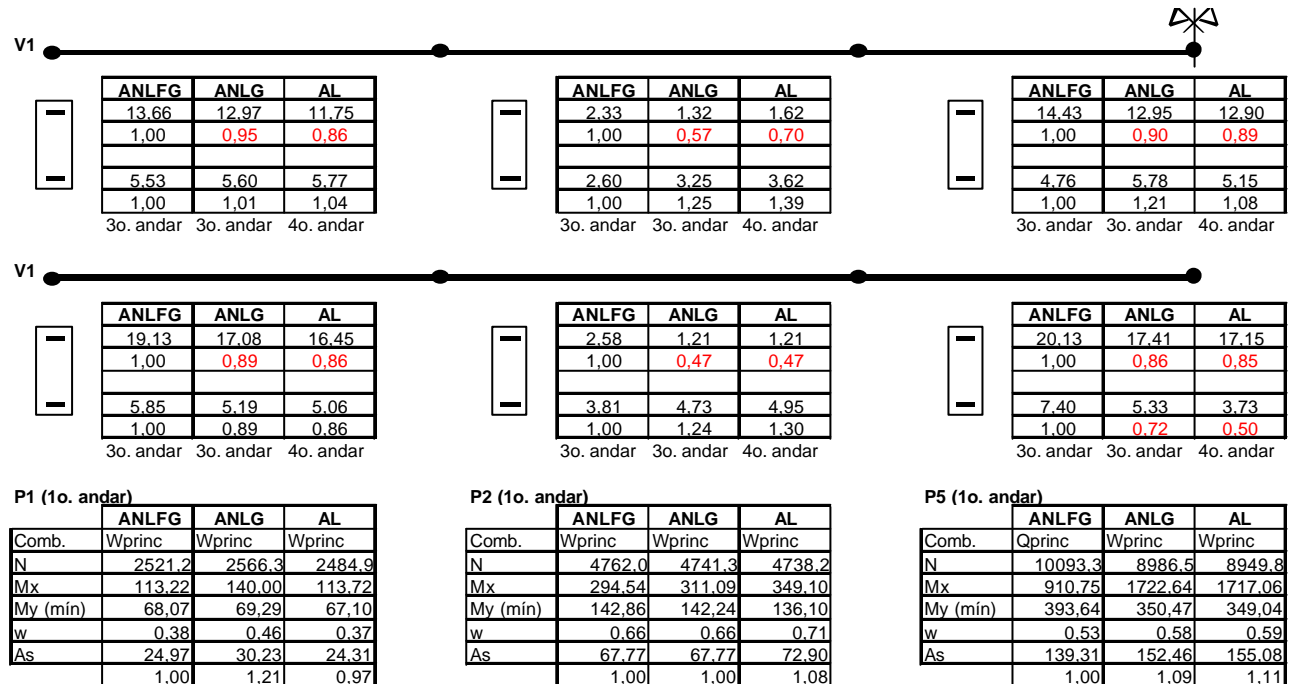
$$\text{Rigidez Axial} = (A_c - A_s) \cdot E_c + A_s \cdot E_s \quad (10)$$

O FTOOL utiliza para a confecção dos diagramas momento-curvatura o procedimento semi-analítico apresentado em Santos [9] (detalhes da implementação podem ser encontrados em Kaefer [7]), utilizando para descrever o concreto o diagrama parábola-retângulo com tensão máxima de  $1,10 f_d$ , conforme recomenda o item 15.3.1 de ABNT [1]. Esta consideração da norma leva em conta que para caracterizar a capacidade portante de um elemento é determinante a característica física da pior seção. Entretanto, no cálculo de seu alongamento, importam as características de todas as seções e não faz sentido imaginar que toda a peça seja constituída por um material com dimensões e valores correspondentes a quantis estatísticos inferiores (característicos ou de projeto). O alongamento obtido com esta postura possui uma probabilidade de ocorrência muito menor do que a suposta no cálculo da capacidade portante França [6], sendo a adoção de  $\sigma_{cd,máx} = 1,10 f_d$  mais coerente e realista.

## Comparação dos Resultados

A quantidade de dados é muito grande para que apresentemos todos os resultados neste trabalho. Para reduzir a quantidade de dados, na próxima figura reproduzimos os resultados obtidos para as vigas V1 e V2 no andar onde as solicitações impostas são maiores (3º ou 4º andar) e dos pilares tipo P1, P2 e P5 no 1º andar, submetidos à combinação de carregamento mais desfavorável.

Figura 12: Comparação dos dimensionamentos



Unidades: N(kN), M(kNm), As(cm<sup>2</sup>)

AL: Análise Linear (Modelo 1)

ANLG: Análise Não-Linear Geométrica (Modelo 2)

ANLFG: Análise Não-Linear Física e Geométrica (Modelo 3)

Os resultados obtidos da análise não-linear foram considerados como valores de referência, de verificação, pois para que possamos proceder a estas análises, precisamos de uma distribuição de armadura para todos os pilares (no nosso caso utilizamos as armaduras obtidas na análise linear da

estrutura). Abaixo do valor de cada área de aço obtida, apresentamos na tabela um fator que as relacionam com os valores de referência.

Da comparação dos resultados, percebemos que dimensionamento dos pilares, os valores das armaduras obtidas estão muito próximos (à exceção do pilar P1-ANLG), o que comprova que a adoção do parâmetro  $\gamma_z$  para a avaliação da não-linearidade geométrica e de  $0,8(E_{ci}I_c)$  para a avaliação da rigidez dos pilares é muito eficaz.

No dimensionamento das vigas, percebemos que a distribuição de esforços, quando utilizamos o modelo que avalia a não-linearidade física por meio dos diagramas momento curvatura, se mostrou bastante diferente da obtida com o modelo AL e ANLG, observando-se as diferenças em as áreas de aço obtidas. Entretanto, tais diferenças foram maiores comparando-se a armadura negativa no meio do vão e positiva no apoio interno das vigas, de importância secundária.

## Conclusões

Fazendo uma análise global dos resultados, percebemos que a maioria dos valores das armaduras calculadas pelos três modelos não ficaram distantes entre si de mais de 10%. Isto nos mostra que todos os modelos são coerentes e que esta diferença não apresenta nenhum risco à estrutura, pois ao procedermos ao detalhamento das peças, sempre utilizaremos um pouco mais de armadura. Além disso, se lembrarmos que não foi considerada a solidariedade entre as vigas e lajes (tampouco vigas T), que o modelo utilizado é uma aproximação plana para um problema tridimensional e que na execução da obra, outros fatores como o mau posicionamento das armaduras e variabilidade do material concreto podem alterar o comportamento da estrutura, vemos que tais diferenças de resultados não são muito grandes.

Desta forma, consideramos que o próximo passo, dando continuidade a este trabalho é avaliar modelos tridimensionais mais sofisticados, que permitam modelar a estrutura evolutivamente (conforme as fases de construção) e avaliar o comportamento conjunto entre estrutura e vedações, comparando-os sempre com os dispositivos das normas brasileiras.

## Agradecimentos

Agradecemos à CAPES, pelo apoio financeiro ao doutorando Luís Fernando Kaefer e ao LMC – Laboratório de Mecânica Computacional da EPUSP, cuja infraestrutura foi essencial para a realização deste trabalho.

## Bibliografia

1. Associação Brasileira de Normas Técnicas. Projeto de Revisão da NBR6118. Rio de Janeiro, 2001.
2. Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR6120 – Cargas para o Cálculo de Estruturas de Edificações. Rio de Janeiro, 1980.
3. Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR6123 – Forças Devidas ao Vento em Edificações. Rio de Janeiro, 1988.
4. BATHE, K. J.. Finite element procedures. Englewood Cliffs. Prentice-Hall, 1996.
5. BATHE, K. J.; BOLOURCHI, S.. Large displacement analysis of three-dimensional beam structures. International Journal for Numerical Methods in Engineering. v. 14, p. 961-86, 1979.

6. FRANÇA, R. L. S.. Contribuição ao estudo dos efeitos de segunda ordem em pilares de concreto armado. Tese de doutorado. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo, 1991.
7. KAEFER, L. F.. Desenvolvimento de uma Ferramenta Gráfica para a Análise de Pórticos de Concreto Armado. Dissertação de Mestrado. São Paulo. PEF/EPUSP, 2001.
8. MORAN; MESSEGER, A. G.; MONTROYA, P. J.. Hormigon Armado. Espanha. Gustavo Gili, 2000.
9. SANTOS, L. M.. Estado limite último de instabilidade. Apostila. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo, 1988.