

## ESTABILIDADE GLOBAL DAS ESTRUTURAS

### 1. INTRODUÇÃO

As considerações que se seguem estão baseadas nos capítulos 14 e 15 da NB1/2000.

#### 1.1. Tipos de análise estrutural

O objetivo da análise estrutural é determinar os efeitos das ações em uma estrutura, com a finalidade de efetuar verificações dos esboçados limites últimos e de serviço. Dessa maneira é possível estabelecer as distribuições de esforços internos, tensões, deformações e deslocamentos, em elementos, partes ou em toda a estrutura.

O paradigma da análise estrutural é a análise não linear. Pode-se, entretanto, efetuar a análise por um dos métodos apresentados a seguir, que se diferenciam pelo comportamento admitido para os materiais constituintes da estrutura, não perdendo de vista em cada caso as limitações correspondentes.

##### 1.1.1. Análise linear

Admite-se comportamento elástico-linear para os materiais. É aplicável quando se tem um nível de solicitação que produz tensões de compressão que não superem 50% do  $f_{ck}$ .

Nestas análises as características geométricas poderão ser determinadas pela seções brutas de concreto dos elementos estruturais. Módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson devem ser adotados de acordo com o apresentado em 7.1.8.

Os resultados de uma análise linear são usualmente empregados para a verificação de Estados Limites de Serviço. É possível estender os resultados para verificações de Estado Limite Último, mesmo com altas tensões, desde que se garanta a ductilidade.

##### 1.1.2. Análise linear com redistribuição

Na análise linear com redistribuição os efeitos das ações, determinados em uma análise linear, são redistribuídos na estrutura. Nesses casos condições de equilíbrio e de ductilidade devem ser obrigatoriamente satisfeitos.

Todos os esforços internos deverão ser recalculados de modo a garantir o equilíbrio de cada um dos elementos estruturais e da estrutura como um todo.

Cuidados especiais devem ser tomados com relação a carregamentos de grande variabilidade.

##### 1.1.3. Análise plástica

A análise estrutural é denominada plástica quando as não linearidades puderem ser consideradas, admitindo-se materiais de comportamento rígido-plástico perfeito ou elasto-plástico perfeito.

A análise plástica de estruturas reticuladas não pode ser adotada quando:

- a) se consideram os efeitos de segunda ordem global
- b) não houver suficiente ductilidade para que as configurações adotadas sejam atingidas.

No caso de carregamento cíclico, com possibilidade de fadiga, deve-se observar as prescrições contidas no capítulo 23.

##### 1.1.4. Análise não linear

Na análise não linear se considera o comportamento não-linear dos materiais. Efeitos de segunda ordem podem ou não ser incluídos na análise. Condições de equilíbrio, de compatibilidade e de ductilidade devem ser necessariamente satisfeitas.

##### 1.1.5. Análise através de modelos físicos

Na análise através de modelos físicos, o comportamento estrutural é determinado a partir de ensaios realizados com modelos físicos de concreto, levando em conta os critérios de semelhança mecânica. Cuidados especiais devem ser tomados quanto à metodologia empregada nos experimentos com vistas à possibilidade de interpretação dos resultados.

Nessa interpretação dos resultados, são importantes a justificação do equilíbrio nas seções críticas e uma análise estatística dos resultados.

Se for possível uma avaliação adequada da variabilidade dos resultados, pode-se adotar as margens de segurança prescritas nesta norma, caps. 11 e 12.

Em caso contrário, quando só foi possível avaliar o valor médio dos resultados, deve ser aumentada a margem de segurança acima referida.

Obrigatoriamente devem ser obtidos resultados para todos os Estados Limites Últimos e de Serviço a serem empregados na análise da estrutura. Todas as ações, condições e possíveis influências que possam ocorrer durante a vida da estrutura devem ser convenientemente reproduzidas nos ensaios.

Este tipo de análise é apropriado quando os modelos de cálculo são insuficientes ou estejam fora do escopo da presente norma.

A simulação das condições de trabalho da estrutura nos ensaios deverá ser a mais completa possível. As limitações físicas, práticas e de tempo poderão ser superadas via modelos teóricos pertinentes e previstos nas normas vigentes. A título de exemplo, esse é o caso da consideração dos efeitos diferidos numa peça protendida, quando através de modelos teóricos são extrapolados os resultados obtidos nos ensaios, que consideram, portanto, apenas uma parte desses efeitos.

## 2. ESTABILIDADE DE UMA ESTRUTURA

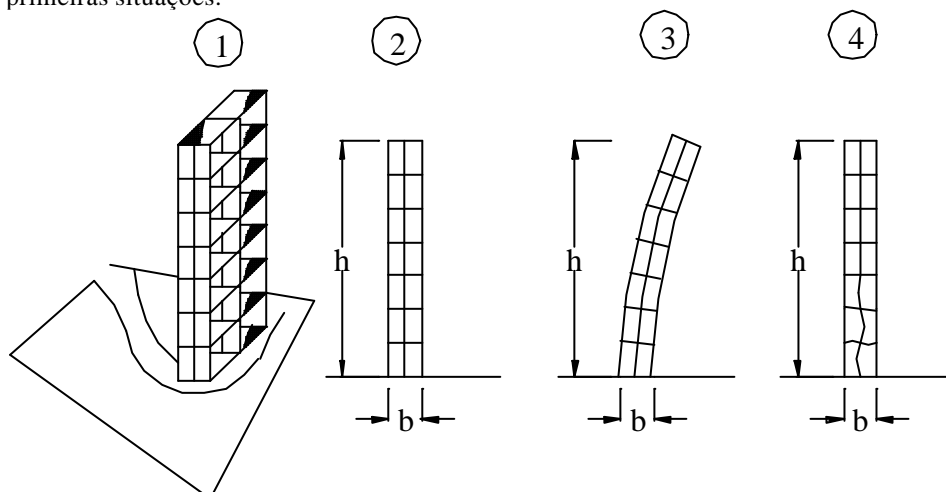
Segundo a norma NB1/2000 as estruturas de concreto devem ser projetadas, construídas e utilizadas de modo que sob as condições ambientais previstas e respeitadas as condições de manutenção preventiva especificadas no projeto, conservem suas segurança, estabilidade, aptidão em serviço e aparência aceitável, durante um período pré-fixado de tempo, sem exigir medidas extras de manutenção e reparo.

Os esforços calculados a partir da geometria inicial da estrutura, sem deformação, são chamados efeitos de primeira ordem. Aqueles advindos da deformação da estrutura são chamados de efeito de segunda ordem. A consideração dos efeitos de segunda ordem conduzem a não linearidade entre as ações e deformações, esta não linearidade, devido sua origem, é chamada de não linearidade geométrica. A consideração da fissuração e fluência do concreto conduzem também a uma não linearidade (entre ações e deformações) chamada neste caso de não linearidade física.

As deformações existentes na estruturas permitem calcular os efeitos de Segunda ordem que de acordo com o item 15.3.1 podem ser divididos em Efeitos Globais e Locais e Localizadas de Segunda Ordem.

Sob a ação das cargas verticais e horizontais, os nós da estrutura deslocam-se horizontalmente. Os esforços de segunda ordem decorrentes desses deslocamentos são chamados efeitos globais de 2ª ordem. Nas barras da estrutura, os respectivos eixos não se mantêm retilíneos, surgindo aí efeitos locais de 2ª ordem que, em princípio, afetam principalmente os esforços solicitantes ao longo delas. Em pilares parede (simples ou compostos) pode-se ter uma região que apresenta não retilíneidade maior do que a do pilar como um todo. Nestas regiões surgem efeitos de 2ª ordem maiores, chamados de efeito de 2ª ordem localizados. O efeito de 2ª ordem localizado além de aumentar nesta região a flexão longitudinal, aumenta também a flexão transversal, havendo a necessidade de aumentar os estribos nestas regiões.

Na figura 1 estão representadas as possibilidades de instabilidade que podem ser causadas por cada uma das duas primeiras situações.



**Figura 1. Esquema estrutural de prédio alto:**

1) perspectiva esquemática; 2) estrutura vertical indeformada; 3) edificação sujeita a instabilidade global; 4) instabilidade local de pilares centrais inferiores

Teoricamente todas as três situações descritas anteriormente devem ser verificadas e, preferencialmente, considerando a não linearidade geométrica e física do material e considerando o comportamento tridimensional da

estrutura. É fácil perceber a dificuldade na realização de um cálculo deste, e assim é comum separar os problemas e verificar inicialmente a estabilidade global, a local e finalmente a localizada. Na sequência será estudada apenas a estabilidade global, ficando a local para quando forem abordados os pilares de edifícios.

### 3. ESTABILIDADE GLOBAL

Para criar condições mais simples de cálculo costuma-se definir estruturas de nós fixos e nós moveis. No item 15.3.2 da NB1/2000, define-se estruturas de nós fixos como aquelas em que os deslocamentos horizontais dos nós são pequenos, e, por decorrência, os efeitos globais de 2ª ordem são desprezíveis (inferiores a 10% dos respectivos esforços de 1ª ordem), são chamadas estruturas de nós fixos. Nessas estruturas, basta considerar os efeitos locais de 2ª ordem.

Os efeitos de primeiro ordem são aqueles obtidos com o cálculo feito com a estrutura considerada indeformada.

Define-se como estruturas nós móveis como aquelas em que os deslocamentos horizontais não são pequenos e, em decorrência, os efeitos globais de 2ª ordem são importantes (superiores a 10% dos respectivos esforços de 1ª ordem), são chamadas estruturas de nós moveis. Nessas estruturas, devem ser obrigatoriamente considerados tanto os esforços de 2ª ordem globais como os locais.

Há estruturas em que os deslocamentos horizontais são grandes e que, não obstante, dispensam a consideração dos efeitos de 2ª ordem por serem pequenos, ainda assim, os acréscimos dos deslocamentos produzidos pelas cargas verticais. Isso pode acontecer, por exemplo, em postes e em certos pilares de pontes e de galpões industriais.

Na composição estrutural muitas vezes é interessante fazer arranjos de elementos estruturais para caracterizarem aumento de rigidez em direções críticas a estes conjunto. A norma define em seu item 15.3.3 contraventamento, com a seguinte redação: “Por conveniência de análise, é possível identificar, dentro da estrutura, sub-estruturas que, devido à sua grande rigidez a ações horizontais, resistem à maior parte dos esforços decorrentes dessas ações. Essas sub-estruturas são chamadas sub-estruturas de contraventamento.

As caixas de elevadores e escadas, bem como os pilares-parede de concreto armado, constituem exemplos de sub-estruturas de contraventamento. Por outro lado, mesmo elementos de pequena rigidez podem, em seu conjunto, contribuir de maneira significativa na rigidez a ações horizontais, devendo então ser incluídos na sub-estrutura de contraventamento.

Os elementos que não participam da sub-estrutura de contraventamento são chamados elementos contraventados.”

O conceito de nós fixos ou de nós moveis, pode ser também aplicado às subestruturas de contraventamento.

Define ainda a norma como **elementos isolados**:

- as peças isostáticas;
- os elementos contraventados;
- os elementos das estruturas de contraventamento de nós fixos;
- os elementos das sub-estruturas de contraventamento de nós moveis desde que, aos esforços nas extremidades, obtidos numa análise de 1ª ordem, sejam acrescentados os determinados por análise global de 2ª ordem.

Finalmente no item 15.4 o texto da norma apresenta as condições para a dispensa da consideração dos esforços globais de 2ª ordem. Define dois processos aproximados (apresentados em 15.4.1 e 15.4.2 respectivamente): o do parâmetro  $\alpha$  e o do coeficiente  $g_z$ .

#### 3.1. Parâmetro de instabilidade $\alpha$

Uma estrutura reticulada poderá ser considerada como sendo de nós fixos se seu parâmetro de instabilidade  $\alpha$  for menor que o valor  $\alpha_1$  definido a seguir:

$$\alpha = H_{\text{tot}} \sqrt{N_k / (E_c I_c)}$$

$$\alpha_1 = 0,2 + 0,1 \cdot n \quad \text{se } n \leq 3$$

$$\alpha_1 = 0,6 \quad \text{se } n \geq 4$$

onde:

$n$  - número de níveis de barras horizontais (andares) acima da fundação ou de um nível pouco deslocável do subsolo;

$H_{\text{tot}}$  - altura total da estrutura, medida a partir do topo da fundação ou de um nível pouco deslocável do subsolo;

$N_k$  - somatória de todas as cargas verticais atuantes na estrutura (a partir do nível considerado para o cálculo de  $H_{\text{tot}}$ ), com seu valor característico;

$E_c I_c$  - somatória das rigidezes de todos os pilares na direção considerada. No caso de estruturas de pórticos, de treliças ou mistas, ou com pilares de rigidez variável ao longo da altura, permite-se considerar produto de rigidez  $E_c I_c$  de um pilar equivalente de seção constante. O valor de  $E_c$  é dado em 7.1.8. O valor de  $I_c$  é calculado considerando as seções brutas dos pilares.

Para determinar a rigidez equivalente a que se refere o item 15.4.1., procede-se da seguinte forma:

- calcula-se o deslocamento do topo da estrutura de contraventamento, sob a ação do carregamento horizontal característico;
- calcula-se a rigidez de um pilar equivalente de seção constante, engastado na base e livre no topo, de mesma altura  $H_{tot}$ , tal que, sob a ação do mesmo carregamento, sofra o mesmo deslocamento no topo.

O valor limite  $\alpha_1 = 0,6$  prescrito para  $n \geq 4$  é, em geral, aplicável às estruturas usuais de edifícios. Vale para associações de pilares-parede, e para pórticos associados a pilares-parede. Ele pode ser aumentado para 0,7 no caso de contraventamento constituído exclusivamente por pilares-parede, e deve ser reduzido para 0,5 quando só houver pórticos.

Enquanto a norma NB1-80 previa que as ações laterais (e provavelmente os efeitos globais de Segunda ordem) só deviam ser calculados quando uma edificação apresentasse altura superior a quatro vezes a menor dimensão em planta, ou quando os pórticos em uma direção tivessem menos que quatro pilares em linha, na nova versão o critério se baseia em valores de deformação da estrutura em sí.

### **EXEMPLO NUMÉRICO**

Seja a edificação de um pavimento e cobertura cujas plantas de formas do primeiro piso e forro estão nas figuras 2 e 3. Verificar se o esquema estrutural pode ser admitido de nós fixos.

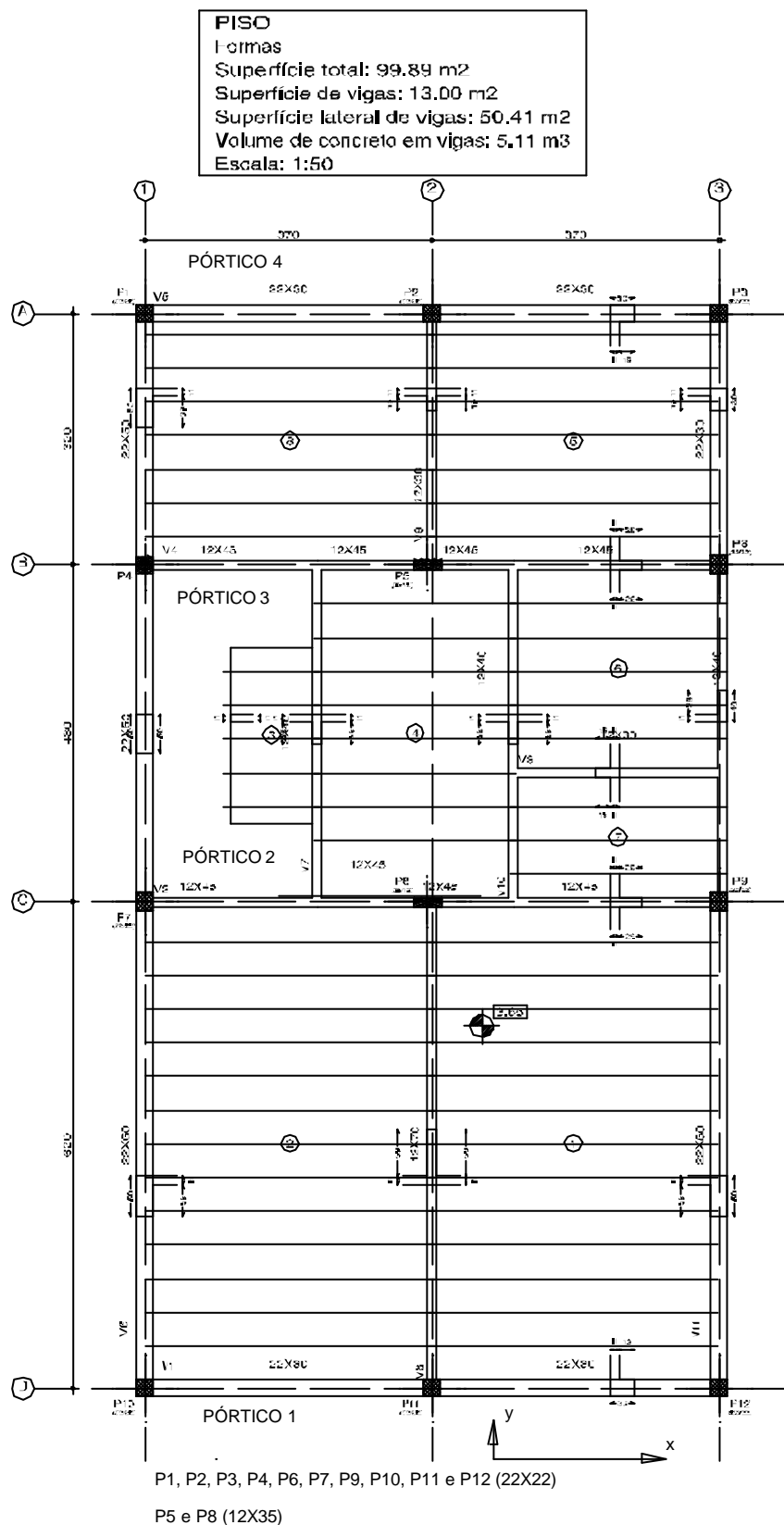


Figura 2. Planta do pavimento da estrutura a ser analisada

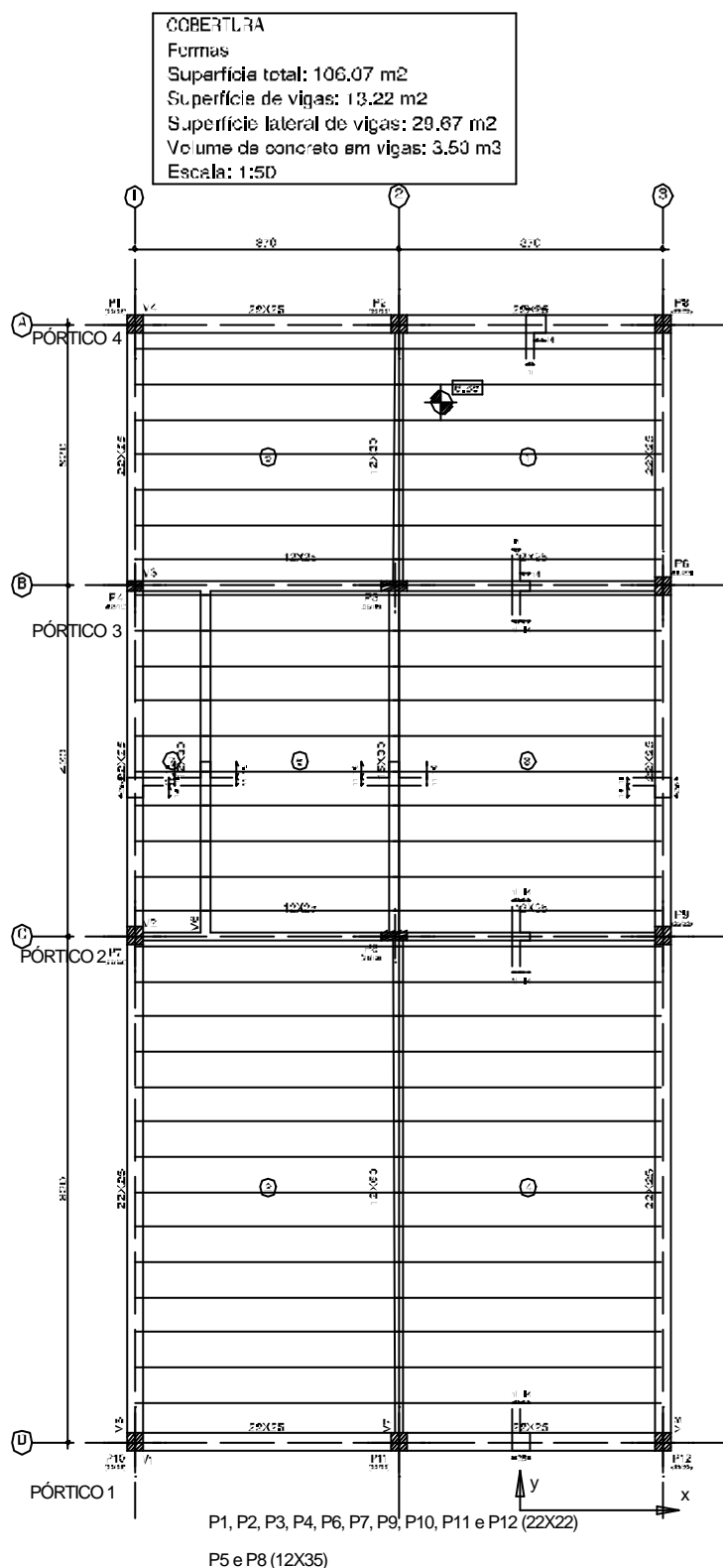


Figura 3. Planta de forma da cobertura da estrutura a ser analisada

### 3.2. Coeficiente $g_z$

É possível determinar de forma aproximada o coeficiente  $g_z$  de majoração dos esforços globais finais com relação aos de primeira ordem (item 15.4.2). Essa avaliação é efetuada a partir dos resultados de uma análise linear de primeira ordem, adotando-se os valores de rigidez dados em 15.6.2. O valor de  $g_z$  é:

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_{\text{tot,d}}}{M_{1,\text{av}}} \cdot \frac{a_h + a_v}{a_h}}$$

sendo:

- $M_{1,\text{tot,d}}$  - momento de tombamento, ou seja, a soma dos momentos de todas as forças horizontais, com seus valores de cálculo, em relação à base da estrutura;
- $\Delta M_{\text{tot,d}}$  - soma dos produtos de todas as forças verticais atuantes na estrutura, com seus valores de cálculo, pelos deslocamentos horizontais de seus respectivos pontos de aplicação, obtidos da análise de 1ª ordem.
- $a_h, a_v$  - são os deslocamentos horizontais no nível do centro de gravidade das cargas verticais da estrutura. O deslocamento horizontal  $a_v$  é o decorrente somente das ações verticais e o deslocamento horizontal  $a_h$  é decorrente somente das ações horizontais.

Considera-se que a estrutura é de nós fixos se for obedecida a condição:  $\gamma_z \leq 1,1$ .

#### 4. ANÁLISE DE ESTRUTURAS DE NÓS FIXOS

Nas estruturas de nós fixos, de acordo com o item 15.5 da NB1/2000, permite-se considerar cada elemento comprimido isoladamente, como barra vinculada nas extremidades aos demais elementos estruturais que ali concorrem, onde se aplicam os esforços obtidos pela análise da estrutura efetuada segundo a teoria de 1ª ordem.

A análise dos efeitos locais de 2ª ordem será feita de acordo com o que se prescreve no item 15.7 da norma, e que se verá no estudo de pilares.

Sob a ação de forças horizontais, a estrutura é sempre calculada como deslocável. O fato de a estrutura ser classificada como sendo de nós fixos dispensa apenas a consideração dos esforços globais de 2ª ordem, mas não sua análise como estrutura deslocável.

O comprimento equivalente  $\ell_e$  do elemento comprimido (pilar), suposto vinculado em ambas as extremidades, é o menor dos seguintes valores:

$$\ell_e = \ell_o + h$$

$$\ell_e = \eta \ell \text{ com } 0,85 \leq \eta \leq 1$$

onde (figura 4):

$\ell_o$  - distância entre as faces internas dos elementos estruturais, supostos horizontais, que vinculam o pilar;

$h$  - altura da seção transversal do pilar, medida no plano da estrutura;

$\ell$  - distância entre os eixos dos elementos estruturais aos quais o pilar está vinculado;

$\eta$  - coeficiente dado pelo menor dos valores:

$$\eta = 0,7 + 0,05 (\alpha_A + \alpha_B)$$

$$\eta = 0,85 + 0,05 \alpha_{\min}$$

sendo

$\alpha_A$  - a relação entre a soma das rigidezes dos pilares que concorrem à extremidade A do elemento e a soma das rigidezes das vigas que ali concorrem;

$\alpha_B$  - a relação análoga na outra extremidade B;

$\alpha_{\min}$  - é o valor mínimo entre  $\alpha_A$  e  $\alpha_B$ ;

$\alpha = 10$  - quando a rigidez que vincula a extremidade considerada é baixa;

$\alpha = 1$  - quando a rigidez que vincula a extremidade considerada é alta.

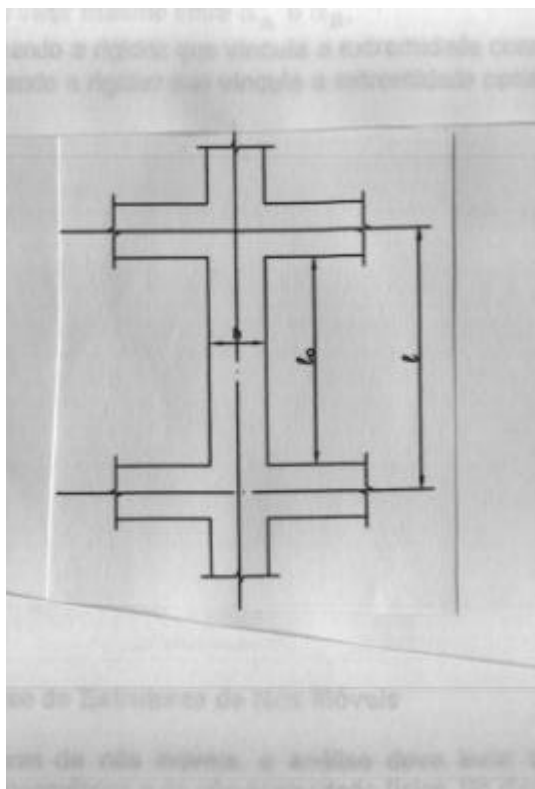


Figura 4. Distâncias para o cálculo do comprimento equivalente  $\ell_e$  (figura 15.3, NB1/2000)

## 5. ANÁLISE DE ESTRUTURAS DE NÓS MÓVEIS

Nas estruturas de nós moveis (item 15.6 da NB1/2000), a análise deve levar obrigatoriamente em conta os efeitos da não-linearidade geométrica e da não-linearidade física. No dimensionamento, consideram-se obrigatoriamente os efeitos globais e locais de 2ª ordem.

### 5.1. Análise não-linear com 2ª ordem (item 15.6.1, NB1/2000)

A análise não-linear com 2ª ordem deve considerar a não-linearidade geométrica da estrutura e, através de modificações apropriadas da matriz de rigidez da estrutura, a não-linearidade física do material, como se prescreve em 15.2.

Em estruturas de edifícios, permite-se, para a consideração da não-linearidade geométrica, o emprego do processo  $P - D$  (também conhecido como N - a), tomando-se, para levar em conta a não-linearidade física, os valores estabelecidos em 15.6.2.

Solução aproximada para a determinação dos esforços globais de 2ª ordem, válida para estruturas regulares, consiste no cálculo do coeficiente  $\gamma_z$  do item 15.4.2., permitindo-se a avaliação dos esforços finais (1ª ordem + 2ª ordem) pela multiplicação por 0,95  $\gamma_z$  dos momentos de 1ª ordem, desde que:  $\gamma_z \leq 1,3$ .

### 5.2. Consideração aproximada da não-linearidade física (15.6.2, NB1/2000)

Para a análise dos esforços globais de 2ª ordem, permite-se considerar a não-linearidade física de maneira aproximada, tomando-se como rigidez das peças os valores a seguir:

lajes:  $(EI)_{sec} = 0,3E_c I_c$

vigas:  $(EI)_{sec} = 0,4E_c I_c$  para  $A'_s \neq A_s$  e  $(EI)_{sec} = 0,5 E_c I_c$  para  $A'_s = A_s$

pilares:  $(EI)_{sec} = 0,8E_c I_c$

sendo  $E_c$  o módulo de elasticidade do concreto dado em 7.1.8 e  $I_c$  o momento de inércia da seção bruta de concreto.

Alternativamente, permite-se, quando a estrutura de contraventamento é composta exclusivamente por vigas e pilares, considerar para ambos:

$(EI)_{sec} = 0,7 E_c I_c$

Os valores acima dados para  $(EI)_{sec}$  são aproximados e não poderão ser usados para avaliar esforços locais de 2ª ordem, mesmo com uma discretização maior da modelagem.

## 6. OUTRAS CONSIDERAÇÕES

### 6.1. Grelhas

Segundo o item 14.5.7.2, NB1/2000, os pavimentos dos edifícios poderão ser modelados como grelhas, levando-se em conta a rigidez à flexão dos pilares, de maneira análoga a que foi prescrita para as vigas contínuas.

De maneira aproximada pode-se reduzir a rigidez a torção das vigas utilizando-se 15% da rigidez elástica, exceto para as peças com protensão limitada ou completa (níveis II ou III).

Perfis abertos de parede fina, podem ser modelizados levando em conta o disposto no item 17.3.

### 6.2. Estrutura de contraventamento lateral

A laje de um pavimento poderá ser considerada, segundo o item 14.5.7.5 na NB1/2000, como uma chapa totalmente rígida em seu plano, desde que não apresente grandes aberturas e cujo lado maior do retângulo circunscrito ao pavimento em planta não supere em três vezes o lado menor.

A rigidez de torção de vigas e pilares, em geral pode ser desprezada ao se analisar a estrutura de contraventamento submetida a ações horizontais.

Existem nas estruturas três tipos de instabilidade (item 15.1, NB1/200):

- Nas estruturas sem imperfeições geométricas iniciais, pode haver (para casos especiais de carregamento) perda de estabilidade por bifurcação do equilíbrio (flambagem).
  - Em situações particulares (estruturas abatidas), pode haver perda de estabilidade sem bifurcação do equilíbrio por passagem brusca de uma configuração para outra reversa da anterior (ponto limite com reversão).
- Os casos a) e b) podem ocorrer para estruturas de material de comportamento linear ou não-linear.

- Em estruturas de material de comportamento não-linear, com imperfeições geométricas iniciais, não há perda de estabilidade por bifurcação do equilíbrio. Pode, no entanto, haver perda de estabilidade quando, ao crescer a intensidade do carregamento, o aumento da capacidade resistente da estrutura passa a ser menor do que o aumento da solicitação (ponto limite sem reversão).

Efeitos de 2ª ordem são aqueles que se somam aos obtidos numa análise de primeira ordem (em que o equilíbrio da estrutura é estudado na configuração geométrica inicial), quando a análise do equilíbrio passa a ser efetuada considerando a configuração deformada.

Os efeitos de 2ª ordem, em cuja determinação deve ser levado em conta o comportamento não-linear dos materiais, podem ser desprezados sempre que não representem acréscimo superior a 10% nas reações e nas solicitações relevantes da estrutura.

### BIBLIOGRAFIA

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE (1995). ACI 318-95. **Building code requirements for structural concrete**. Farmington Hills. Detroit, 1995.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1984). NBR-8681 (NB/862). **Ações e segurança nas estruturas**. Rio de Janeiro, 1984.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1988). NBR-6123 (NB/599). **Forças devidas ao vento em edificações**. Rio de Janeiro, 1988.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. (1989). NBR-7197 (NB/116). **Projeto de estruturas de concreto protendido**. Rio de Janeiro, 1989.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1980). NBR-6118 (NB/1). **Projeto e execução de estruturas de concreto armado**. Rio de Janeiro, 1980.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1985). NBR-9062 (NB/949). **Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado**. Rio de Janeiro, 1985.

CEB-FIP Model Code 1990 – final draft (1991). Bulletin D'Information n° 203, 204 e 205. Lausanne, 1991.

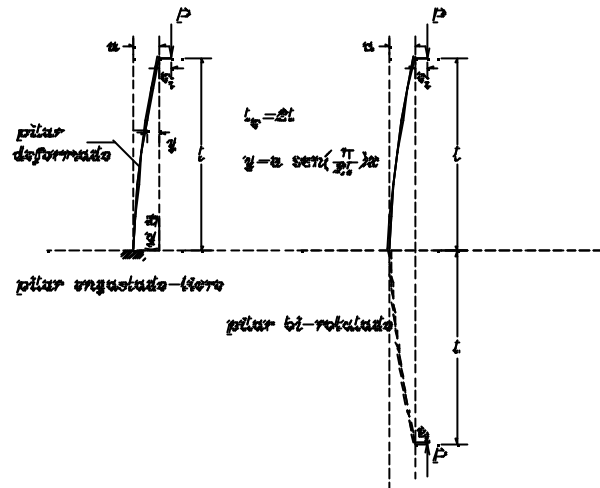
EUROCODE 2 (1992). **Design of concrete structures. Part 1: General rules and rules for buildings**. Brussels, CEN (ENV 1992-1-1). 1992.

FUSCO, P. B. (1976). **Introdução ao projeto estrutural**. McGraw-Hill do Brasil. São Paulo, 1976.

MONTOYA, P. J.; MESEGUER, A.G.; CABRÉ, F.M. (1978). **Hormigón armado**. Editorial Gustavo Gili. 9ª ed. Barcelona, España, 1978.

### PILARES DE CONCRETO ARMADO

Imaginando um pilar, engastado na base e solto na sua outra extremidade, submetido a uma carga normal com excentricidade inicial  $e$  (ver figura 1), pode-se considerar que o pilar apresentará, como efeito de segunda ordem uma elástica com a forma de uma senoíde como a indicada na figura 1



**fig.1 – pilar engastado na base e solto na extremidade superior solicitado a uma carga vertical excêntrica, equivalente a um pilar bi-rotulado com o dobro do comprimento**

Considerando as seguintes hipóteses:

- a flecha máxima ( $a$ ) é função linear da curvatura da barra;
- a linha elástica da barra deformada é dada por uma função senoidal;
- a curvatura é dada pela derivada segunda da equação da linha elástica;
- será desconsiderada a não linearidade física do material.

Admite-se que a linha elástica (deformada)  $y(x)$  do eixo da barra seja expressa pela função contínua

$$y(x) = a \times \text{sen}\left(\frac{p}{2\ell} x\right)$$

que atende as condições geométricas de contorno, ou seja,  $y(0) = 0$  e  $y(\ell) = a$  é a excentricidade para uma determinada ordenada  $x$ .

Considerando que os deslocamentos  $y$  sejam pequenos, a curvatura ( $1/r$ ) pode ser expressa por

$$\frac{1}{r} \cong \frac{d^2 y(x)}{dx^2}$$

e derivando duas vezes a expressão  $y(x)$  chega-se a

$$\frac{dy(x)}{dx} = \frac{p}{2\ell} \times a \times \cos\left(\frac{p}{2\ell} x\right)$$

$$\frac{d^2 y(x)}{dx^2} = -\left(\frac{p}{2\ell}\right)^2 \times a \times \text{sen}\left(\frac{p}{2\ell} x\right)$$

e, portanto

$$\frac{1}{r} = \frac{d^2 y(x)}{dx^2} = -\frac{p^2}{4\ell^2} \times e_2 \times \sin\left(\frac{p}{2\ell} x\right)$$

Considerando  $\ell_e = 2\ell$  tem-se para  $x = \ell$  o valor da curvatura dado por

$$\left(\frac{1}{r}\right)_{x=\ell} = -\frac{p^2}{\ell_e^2} \times a \times 1$$

ou então

$$\left(\frac{1}{r}\right)_{x=\ell} = -\frac{p^2}{\ell_e^2} \times a$$

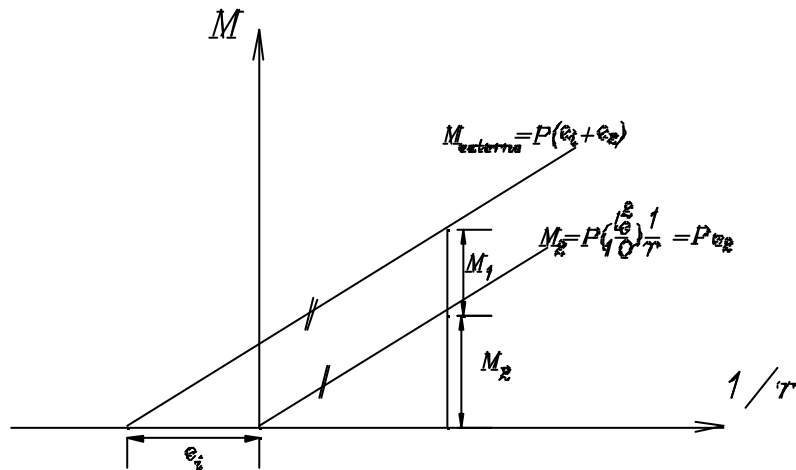
e, eliminando o sinal negativo, o valor de  $a$  fica:

$$a = \left(\frac{1}{r}\right)_{x=\ell} \times \frac{\ell_e^2}{p^2}$$

Finalmente, fazendo  $p^2 = 10$ , obtém-se a expressão indicada pela norma (a partir deste ponto, chamar-se-á  $a$  apenas de  $e_2$ ):

$$e_2 = \left(\frac{1}{r}\right)_{x=\ell} \times \frac{\ell_e^2}{10}$$

Assim o valor da excentricidade de segunda ordem é diretamente proporcional à curvatura na base do pilar que com as características descritas passa a ser chamado de pilar padrão. Desta forma ao se fazer um



**Fig. 2 – Representação do Momento externo total composto pelo momento de primeira e segunda ordem ( $M_2$ )**

Variando-se o valor da curvatura de zero até um valor máximo que representaria a ruína do material (Momento último) obtêm-se uma curva do tipo representada na figura 3.

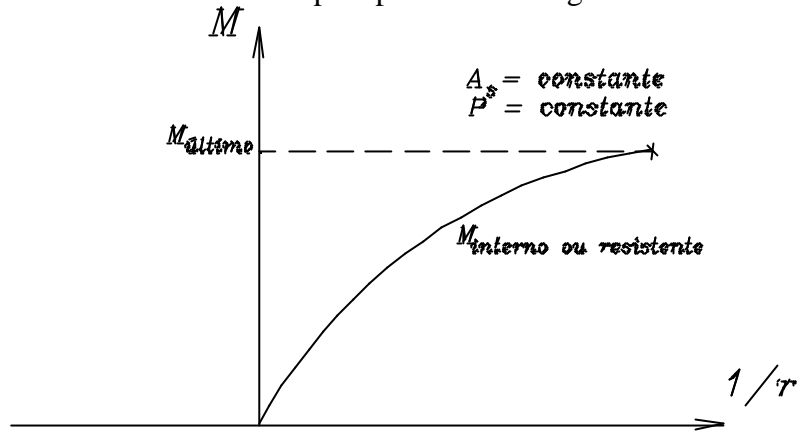


fig. 3- Momento interno resistente obtido a partir de um valor de  $A_s$  e  $P$  fixados variando-se a curvatura ( $1/r$ )

Existirá equilíbrio, se para um valor de momento externo  $M_{externo} = P(e_1 + e_2)$  for igual ou inferior ao valor do momento resistido. Na figura 4 são mostradas 3 situações a) equilíbrio estável com o momento externo (a partir de  $1/r_1$ ) menor que o momento resistente; b) equilíbrio estável na situação em que o momento externo é igual ao interno (no valor  $1/r_2$ ) e c) quando não há possibilidade do momento externo ser igual ou inferior ao interno.

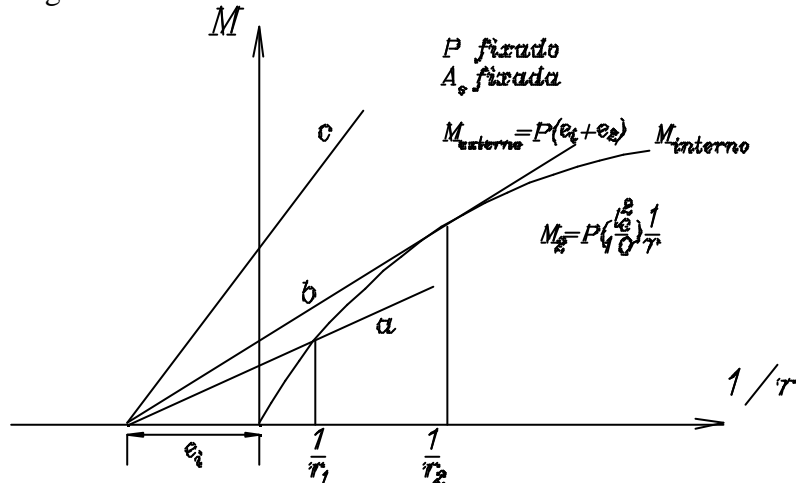


fig. 4 – Situações possíveis na análise de equilíbrio: a) Momento externo inferior ao internos a partir de  $1/r_1$ ; b) Momento externo igual ao momento interno no valor de  $1/r_2$ ; c) Momento externo sempre maior que o interno equilíbrio impossível

A partir da análise feita na figura 4 percebe-se que é possível montar um procedimento em que se obtêm o maior momento interno possível que corresponde ao caso b da figura 4. A partir de um valor de força axial, de uma taxa de armadura e geometria conhecida monta-se a curva de momento resistido. A variação do momento de segunda ordem é dada pela reta OK ou seja,

$$M_2 = P \cdot e_2 = P \cdot \left( \frac{1}{r} \right)_{x=\ell} \times \frac{\ell_e^2}{10}$$

Bastando para tanto a partir de um valor de  $1/r$  calcular o valor de  $M_2$  pela expressão anterior. Traçando-se uma paralela a OK obtêm-se o ponto L que corresponde a situação em que

$M_{\text{externo}} = M_{\text{resistente}}$ . Conhecido  $M_{\text{externo}}$  e  $M_2$  obtêm-se o máximo momento de primeira ordem que pode servir para efetuar o dimensionamento da armadura do pilar.

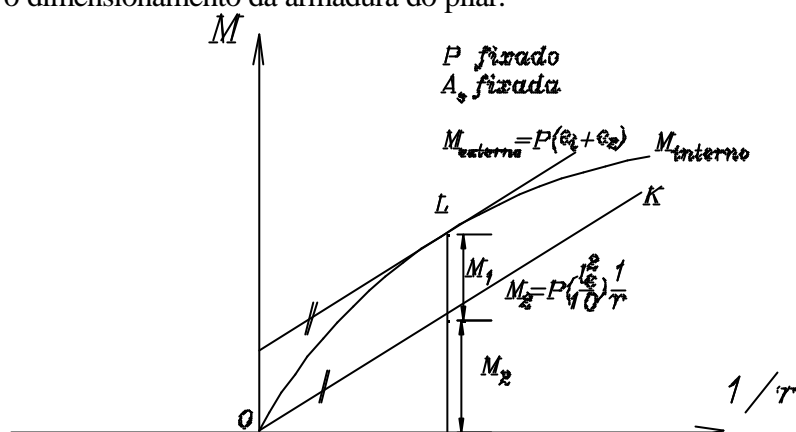


fig. 5-Determinação do ponto L que permite calcular o máximo momento de primeira ordem resistido pela seção em que haverá equilíbrio

O procedimento descrito permitirá apenas calcular um ponto do gráfico do tipo da figura 6 que são encontrados nos manuais do CEB ou em FUSCO [ ].

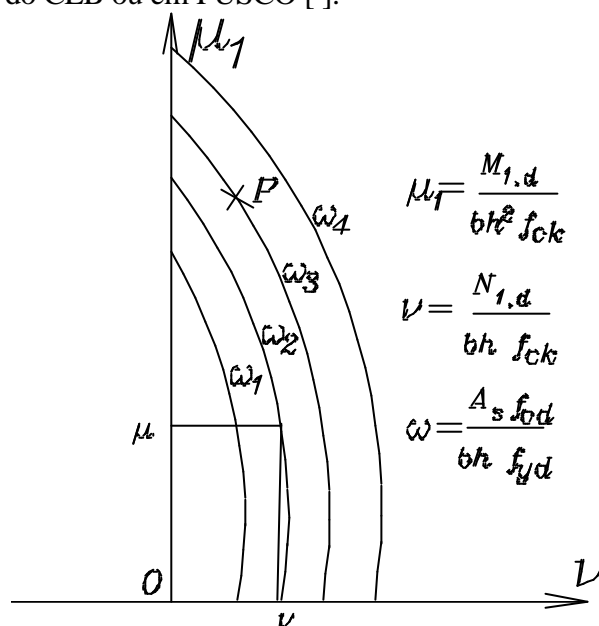
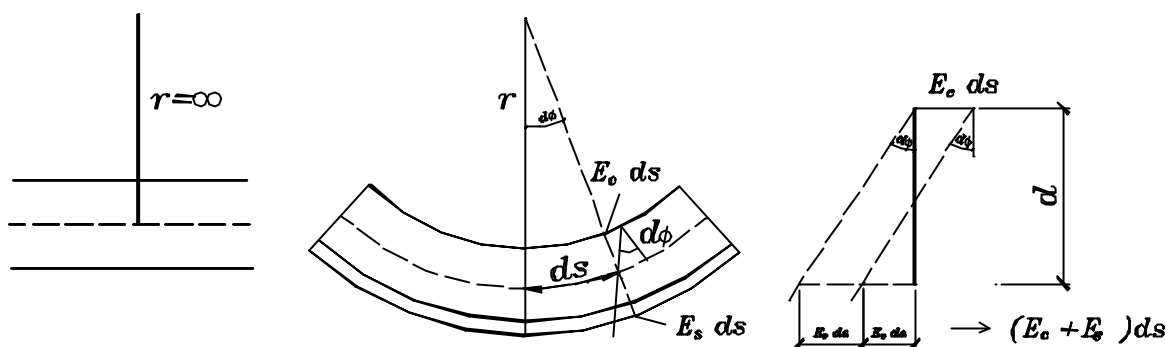


fig. 6- Gráfico que permite a partir do momento  $M_1$  determinar a armadura  $A_s$  considerando o efeito de segunda ordem. O ponto P foi obtido a partir do procedimento mostrado na figura 5

A **curvatura** ( $1/r$ ) pode ser encontrada a partir de uma barra de concreto armado deformada, conforme a figura 19.



**FIGURA 19. Relação entre deformações e curvatura em uma barra de concreto armado**

Considerando que os ângulos são pequenos, e lembrando que a variação de comprimento entre a fibra mais comprimida de concreto e a fibra tracionada de aço é dada por  $(|e_c| + |e_s|) ds$ , por semelhança de triângulos resulta

$$\frac{r}{ds} = \frac{d}{(|\epsilon_c| + |\epsilon_s|) ds} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{r} = \frac{|\epsilon_c| + |\epsilon_s|}{d}$$

A expressão de  $1/r$  obtida é devida apenas à flexão; para levar em conta o efeito da compressão ela passa a ser (retira-se a partir de agora o módulo nos valores das deformações):

$$\frac{1}{r} = \frac{(\epsilon_c + \epsilon_s)}{(v + 0,5) \times h}$$

sendo  $v = \frac{F_d}{A_c \times f_{cd}} = \frac{F_d}{b \times h \times f_{cd}}$  o valor adimensional da força normal.

Para se ter o maior valor da curvatura, as deformações deverão ser as maiores, ou seja:

$$\epsilon_c = 0,0035 \quad \text{e} \quad \epsilon_s = \frac{f_{yd}}{E_s}$$

resultando finalmente na expressão da curvatura dada pela NBR-6118 no item 4.1.1.3-C

$$\frac{1}{r} = \frac{0,0035 + \frac{f_{yd}}{E_s}}{(v + 0,5) \times h}$$

com  $(u + 0,5) \geq 1$

### 5.2.1. Conceitos básicos

**Teoria de 1ª ordem:** no estudo, admite-se que as deformações na estrutura não causam efeitos nos esforços internos; as relações entre tensões e deformações são lineares, geométrica e fisicamente.

**Teoria de 2ª ordem:** o estudo leva em conta que as relações entre tensões e deformações não são lineares, ou seja, as tensões são influenciadas pelas deformações; no estágio atual, será estudada apenas a não linearidade geométrica.

**Não linearidade física:** as tensões ( $\sigma$ ) não são proporcionais às deformações ( $\epsilon$ ) devido às características físicas do material; o concreto, por exemplo, não é um material homogêneo e sofre o fenômeno da fissuração.

**Não linearidade geométrica:** os esforços, e consequentemente as tensões, são afetados pelo estado de deformação da estrutura; não há uma relação linear entre essas duas grandezas (é o que ocorre em barras sujeitas à flambagem).

A NB1/80 estabelece, em 4.1.1.3, que o cálculo das deformações deverá obrigatoriamente ser feito por processo exato (considera a relação momento-curvatura baseada nos diagramas  $S'$  e do concreto e do aço) quando  $l > 140$ , ou por processos aproximados devidamente justificados em outras situações. Permite ainda um processo simplificado quando  $40 < l \leq 80$ .

Na NB1/00 (item 15.7.3), conforme já adiantado em itens 2.2.2.3 e 2.2.2.4, a análise dos efeitos locais de 2ª ordem pode ser efetuada pelo métodos do pilar padrão com curvatura aproximada e método do pilar padrão com rigidez  $\kappa$  (kapa) aproximada, inclusive para pilares retangulares submetidos à flexão composta oblíqua, quando  $l \leq 90$ ; pelo método do pilar padrão acoplado a diagramas  $M$ ,  $N$ ,  $1/r$  quando  $l \leq 140$ ; também obrigatoriamente pelo método geral quando  $140 < l < 200$ .

### 5.2.2. Cálculo segundo o processo simplificado da NBR-6118, item 4.1.1.3-C

Quando  $40 < l \leq 80$ , no caso de barras retas com seção transversal simétrica constante (inclusive a armadura), e força normal também constante ao longo do comprimento (só aplicada nas extremidades), permite-se um cálculo simplificado, que consiste em acrescentar a cada momento fletor de 1ª ordem  $M_{1d}$  (calculado da mesma maneira que para pilares curtos, com excentricidade acidental) um momento fletor complementar de 2ª ordem  $M_{2d}$  calculado com a excentricidade de 2ª ordem  $e_2$  ( $M_{2d} = F_d \cdot e_2$ ), agindo em plano paralelo à excentricidade acidental com que se calculou  $M_{1d}$ .

O cálculo da seção será então feito com a solicitação constituída por:

$$N_d = F_d \qquad M_d = M_{1d} + M_{2d} = F_d \cdot e_a + F_d \cdot e_2 = F_d (e_a + e_2)$$

$M_{2d}$  será desprezado quando  $l \leq 40$  no plano em que ele atua.

## EXEMPLO 4

Resolver o exemplo 2 ( $\ell_e = 3,0$  m,  $d' = 1$  cm,  $N = 188$  kN) de modo que o pilar seja medianamente esbelto, segundo a NB1/80 ( $d' = 1,0$  cm).

### 5.2.3. Método do pilar padrão com curvatura aproximada – NB1/00

Nos **métodos do pilar padrão**, aplicável a pilares de seção transversal constante, a situação real é estudada através de um modelo (**pilar engastado na base com a outra extremidade livre**) que possibilita uma abordagem mais simples do problema.

Este primeiro método está apresentado no item 15.7.3.3.1 da NB1/00, e é o mesmo método aproximado da NB1/80, com algumas pequenas modificações. É permitido para  $\lambda \leq 90$ , em pilares de seção constante e de armadura simétrica e constante ao longo de seu eixo.

A não-linearidade geométrica é considerada de forma aproximada, supondo-se que a deformada da barra seja senoidal.

A não-linearidade física é levada em conta através de uma expressão aproximada da curvatura na seção crítica.

O momento total máximo na coluna é dado por:

$$M_{d,tot} = \alpha_b M_{ld,A} + N_d \cdot \frac{\ell_e^2}{10} \cdot \frac{1}{r} \geq M_{ld,A}$$

sendo  $1/r$  a curvatura, que na seção crítica pode ser avaliada pela expressão aproximada:

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h(v + 0,5)} \leq \frac{0,005}{h}$$

onde:

$h$  é a altura da seção na direção considerada

$v = N_{sd} / A_c \cdot f_{cd}$  é a força normal adimensional ou reduzida

$$M_{ld,A} \geq M_{ld,min}$$

Os momentos  $M_{ld,A}$ , e  $M_{ld,min}$  e o coeficiente  $\alpha_b$  têm as mesmas definições do item 15.7.2 (aqui, na seção 2.2.2.2 e 3.3).  $M_{ld,A}$  é o valor de cálculo de 1ª ordem do momento  $M_A$ .

#### 5.2.4. Método do pilar padrão com rigidez $k$ (kapa) aproximada – NB1/00

Esse método, apresentado no item 15.7.3.3.2 da NB1/00, é permitido para  $\lambda \leq 90$  nos pilares de seção retangular constante, armadura simétrica e constante ao longo do eixo.

A não linearidade geométrica é levada em conta de forma aproximada, supondo-se que a deformada da barra seja senoidal.

A não linearidade física é considerada através de uma expressão aproximada da rigidez.

O momento total máximo no pilar é dado pela expressão:

$$M_{d,tot} = \frac{\alpha_b M_{ld,A}}{1 - \frac{\lambda^2}{120 \kappa / v}} \geq M_{ld,A} \geq M_{ld,min}$$

sendo o valor da rigidez adimensional  $\kappa$  (kapa) dado aproximadamente por:

$$\kappa = 32 \left( 1 + 5 \cdot \frac{M_{d,tot}}{h \cdot N_d} \right)^v$$

As variáveis  $h$ ,  $n$ ,  $M_{ld,A}$  e  $\alpha_b$  são as mesmas definidas no item anterior, bem como o momento  $M_{ld,min}$ , e o processo é iterativo. Usualmente 2 ou 3, iterações são suficientes.

A curva tracejada, obtida com os valores de cálculo das resistências do concreto e do aço, é utilizada somente para definir os esforços resistentes  $M_{Rd}$  e  $N_{Rd}$  (ponto de máximo).

A reta AB é caracterizada pela rigidez secante  $(EI)_{\text{sec}}$ , que pode ser utilizada em processos aproximados para flexão composta normal ou oblíqua.

Define-se como rigidez secante adimensional  $\kappa$  (kapa) o valor dado por:

$$\kappa_{\text{sec}} = (EI)_{\text{sec}} / (A_c \cdot h^2 \cdot f_{cd})$$

Esse valor da rigidez secante adimensional pode ser colocado, em conjunto com os valores últimos de  $N_{Rd}$  e  $M_{Rd}$ , em ábacos de interação força normal-momento fletor.

### 5.2.6. Método do pilar padrão para pilares sob flexão composta oblíqua – NB1/00

Quando a esbeltez de um pilar, de seção retangular, submetido à flexão composta oblíqua, for menor que 90 nas duas direções principais, permite-se (item 15.7.3.3.4, NB1/00) aplicar o método do pilar padrão com rigidez  $\kappa$  (kapa) aproximada simultaneamente em cada direção.

A amplificação dos momentos de 1ª ordem em cada direção é diferente pois depende de valores distintos de rigidez e esbeltez.

Obtida a distribuição de momentos totais, de primeira e segunda ordem, em cada direção, deve-se verificar para cada seção ao longo do eixo se a composição desses momentos solicitantes fica dentro da envoltória de momentos resistentes para a armadura escolhida.

Permite-se verificar essa resistência apenas para três seções: nas extremidades A e B e num ponto intermediário onde se admite atuar concomitantemente os momentos  $M_{d,tot}$  nas duas direções (x e y).

### 5.2.7. Método geral

O método geral para a determinação da carga crítica de flambagem, segundo o item 15.7.3.2 da NB1/00, consiste na análise não-linear de 2ª ordem efetuada com discretização adequada da barra, com a consideração da relação momento-curvatura real em cada seção, e consideração da não-linearidade geométrica de maneira não aproximada.

O método geral deve ser empregado obrigatoriamente para pilares esbeltos ( $\lambda > 140$ ), mas por ser geral também pode ser usado nos demais casos em que o índice de esbeltez seja menor. É indicado também para pilares de seção transversal variável.

A curvatura da peça é determinada em função do estado de esforços resistido pela seção, onde em cada ponto se relaciona o momento atuante com a curvatura, diferentemente do processo simplificado onde se considera apenas a máxima curvatura.

O problema envolve equações diferenciais que geralmente não têm solução direta conhecida, e portanto é necessário empregar soluções aproximadas para o cálculo, como os métodos iterativo (carregamento incremental) e o que se apropria do conceito de pilar padrão.

#### 5.2.7.1. Processo iterativo - carregamento incremental

O processo iterativo consiste em aplicar o carregamento em parcelas - carregamento incremental - de modo que em cada etapa é possível considerar o deslocamento da etapa anterior e se

for o caso a variação da rigidez ao longo da peça. Em cada etapa o procedimento é linear. A carga crítica é alcançada quando a **curva carga x deslocamento** atinge seu máximo (figura 21).

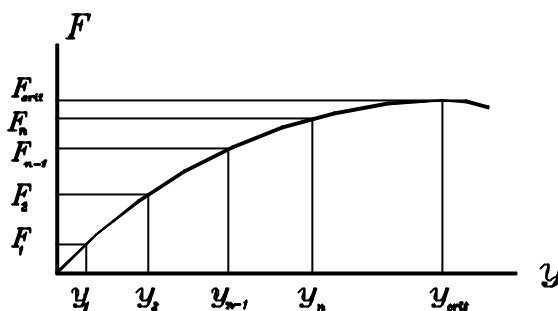


FIGURA 21. Diagrama carga x deslocamento com carregamento incremental

### 5.2.7.2. Método do pilar padrão

Neste método, aplicável a pilares de seção transversal constante, a situação real é estudada através de um modelo (**pilar padrão - pilar engastado na base com a outra extremidade livre, figura 22**) que possibilita uma abordagem mais simples do problema.

Admite-se que a excentricidade de segunda ordem seja diretamente proporcional à curvatura da seção mais solicitada do pilar padrão, e que o deslocamento do topo depende apenas do seu comprimento e curvatura da base.

Desta forma, chamando de **a** a flecha na extremidade livre, e sendo **(1/r)** a curvatura da base, tem-se o momento de segunda ordem **M<sub>2</sub>**:

$$M_2 = a \times N = \frac{\ell_e^2}{10} \times \left(\frac{1}{r}\right) \times N$$

essa expressão é exata se a linha elástica for senoidal, e é uma boa aproximação da flecha em vários casos práticos.

O objetivo do método é obter o máximo momento de 1ª ordem (**M<sub>1</sub>** - devido à excentricidade accidental) que o pilar pode suportar. Ele pode ser obtido subtraindo **M<sub>2</sub>** do momento total **M**:

$$M_1 = M_{\text{total}} - M_2$$

De uma forma esquemática têm-se (figura 22):

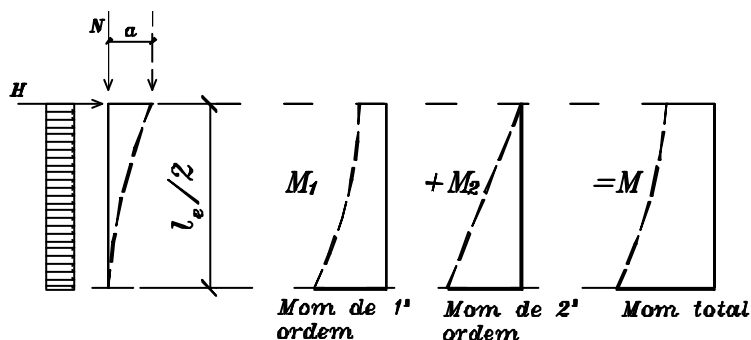


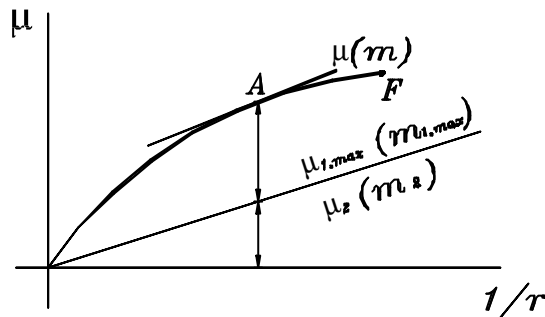
FIGURA 22. Método do pilar padrão: determ. do momento crítico de 1ª ordem

No método a capacidade de carga de uma barra reta esbelta (pilar) pode ser obtida por meio de diagramas de interação entre o **esforço normal**, o **momento fletor de primeira ordem**, a **taxa de armadura** e a **esbeltez da peça**.

### Procedimento para obtenção dos ábacos que serão empregados no cálculo

Para a construção dos ábacos, são utilizados os valores adimensionais da força normal e dos momentos de primeira e segunda ordem. Resumidamente tem-se (figura 23):

- traça-se o gráfico do momento total em função da curvatura -  $M'(1/r)$  ou  $m'(1/r)$ ;
- traça-se o gráfico do momento de 2ª ordem em função da curvatura -  $M_2'(1/r)$  ou  $m_2'(1/r)$ ; é um gráfico linear, pois  $\mu_2 = \frac{v}{h} \times a = \frac{v}{h} \times \frac{(\ell_e)^2}{10} \times \left(\frac{1}{r}\right)$
- determina-se  $m_1$  ( $m_1 = m - m_2$ ) no ponto em que  $m_1$  tem o máximo valor.



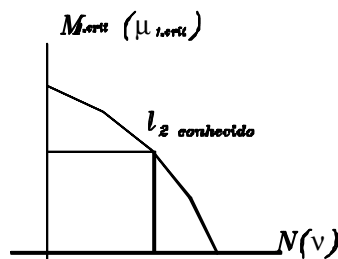
**F:** ponto correspondente ao estado limite último de ruptura da seção ( $\epsilon_c$  ou  $\epsilon_s$  máximos).

**A:** ponto correspondente a  $\mu_{1, crit}$  – estado limite de perda de estabilidade - a partir de A o equilíbrio é instável; ponto A corresponde à carga crítica.

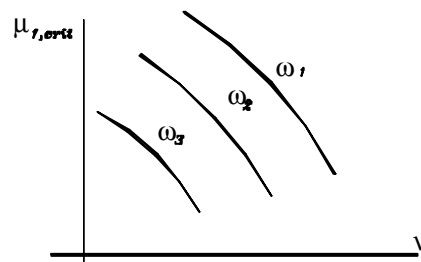
FIGURA 23. Gráfico momento - curvatura

Podem assim ser traçados gráficos de interação entre  $m_{1, crit}$  e  $u$  para cada valor do comprimento de flambagem  $\ell_e$  e uma dada taxa de armadura  $w$  (figura 24 a).

No caso de seções transversais que difiram entre si apenas pela taxa de armadura  $w$ , podem ser traçados diagramas adimensionais de interação  $m_{1, crit}$  -  $u$  para um dado valor de  $\ell_e$  e diversos valores de  $w$ , conforme esquematizado na figura 24 b.



a)  $\ell_e$  e  $w$  conhecidos



b)  $\ell_e$  conhecido e variação da taxa de armadura  $w$

FIGURA 24. Gráfico de interação  $m_{1, crit}$  -  $n$

### EXEMPLO 6

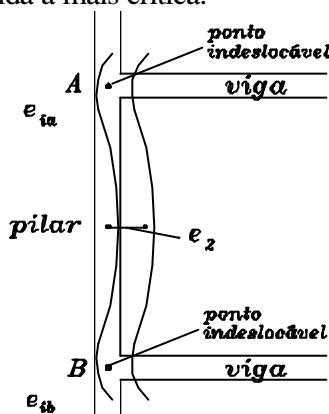
Resolver o exemplo 5 considerando o processo geral com o pilar padrão (pilar de seção **15 cm x 20 cm**,  $d' = 1,5 \text{ cm}$ ,  $N = 188 \text{ kN}$ ).

### 5.2.8. Excentricidades em seções de topo e intermediárias de pilares não centrais

Em uma estrutura de nós indeslocáveis (praticamente rígida às ações laterais), os nós extremos de um pilar não sofrem deslocamentos de segunda ordem, pois os mesmos estão fixos na laje, que se comporta como um diafragma, impedindo deslocamentos no seu plano. Entretanto, em uma seção intermediária do pilar, existe deslocamento de segunda ordem, que deve ser levado em conta; por outro lado, nessa seção o efeito do momento (agindo na extremidade do pilar), na excentricidade inicial  $e_i$  é menor (o momento é menor).

#### 5.2.8.1. Determinação das excentricidades

Em razão do discutido no parágrafo anterior, mesmo no cálculo com a consideração das deformações (efeito de segunda ordem), duas situações devem ser abordadas (figura 25): a primeira em que se analisa uma seção próxima às extremidades do pilar (existe  $e_i$  mas não  $e_2$ ), junto à ligação com a viga; a segunda em que é analisada uma seção intermediária, aproximadamente no meio da altura do pilar entre dois pavimentos (existe  $e_2$  e a excentricidade inicial tem um valor menor, e passará a ser chamada de  $e_i^*$ ). Em todos os casos a excentricidade acidental  $e_a$  está presente. Dessas situações, formalizadas a seguir, deve ser escolhida a mais crítica.



**FIGURA 25. Excentricidades no pilar na ligação com as vigas e no meio da altura**

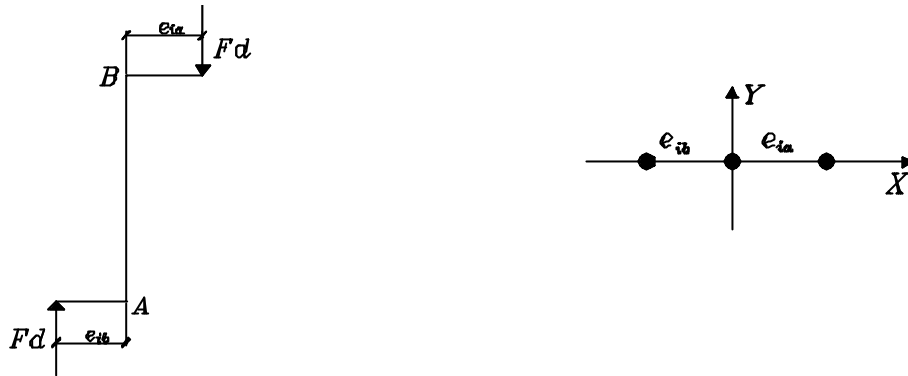
#### a) Seções na extremidade do pilar (junto à ligação com a viga e a laje)

Nesta situação não existe efeito de segunda ordem ( $e_2 = 0$ ), e a excentricidade inicial, sem redução, é  $e_i = M_d / F_d$ .

#### b) Seções intermediárias (no meio da altura do pilar entre dois pavimentos)

Agora existe o efeito de segunda ordem ( $e_2 \neq 0$ ) e a excentricidade inicial passa a ter um valor reduzido  $e_i^*$  (válido para estruturas de nós indeslocáveis sem ação transversal aplicada ao longo do pilar). De acordo com o item 4.1.1.3-C da NB1/80, sendo  $e_{ia}$  e  $e_{ib}$  as excentricidades nas extremidades A e B do pilar (figura 26 a), de modo que  $e_{ia}$  seja sempre positiva e maior que  $|e_{ib}|$ , e que  $e_{ib}$  é negativa se elas forem de sentidos opostos (figura 26 b), a excentricidade  $e_i^*$  a considerar no cálculo será:

$$e_i^* \geq \begin{cases} 0,6 \times e_{ia} + 0,4 \times e_{ib} \\ 0,4 \times e_{ia} \end{cases}$$



a) extremidades A e B e excentricidades

b) sentidos positivo e negativo

**FIGURA 26. Excentricidades nas extremidades A e B de um pilar**

Se as cargas forem iguais, os momentos nos nós A e B serão iguais, com sentidos opostos, e a excentricidade  $e_{ib}$  terá o mesmo valor e sentido contrário de  $e_{ia}$ , resultando

$$0,6 \times e_{ia} + 0,4 \times e_{ib} = 0,6 \times e_{ia} - 0,4 \times e_{ia} = 0,2 \times e_{ia}$$

sendo então a condição  $e_i^* = 0,4 \times e_{ia}$  a mais crítica.

### 5.2.8.2. Excentricidades para dimensionamento de pilares laterais

As excentricidades para o cálculo de pilares laterais com deformações (a situação sem deformação, ou no caso, na seção do topo, já foi abordada, aqui, em 5.1.2) serão:

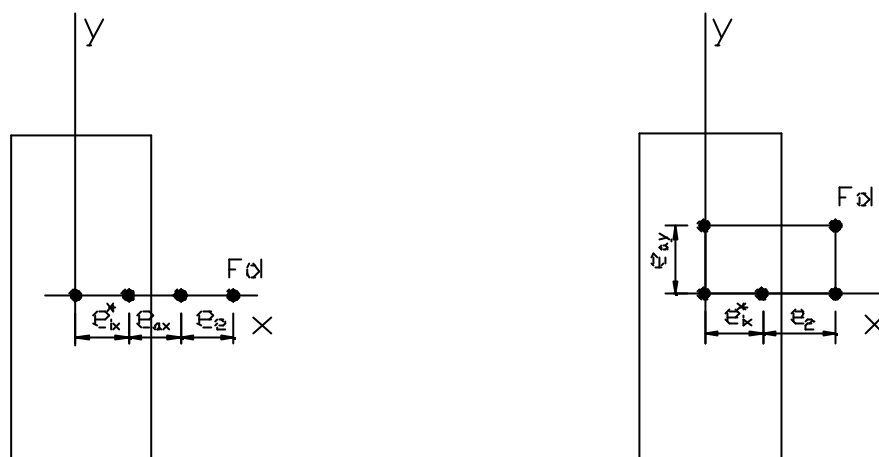
- direção x - momento normal (figura 27 a):

$$M_{ld} = F_d \times e_x$$

com  $e_x = e_i^* + e_{ax} + e_2 \geq e_{ia} + e_{ax}$

- direções x e y - momento oblíquo (figura 27 b)

$$M_d = F_d \times \sqrt{(e_i^* + e_2)^2 + e_{ay}^2}$$



a) excêntricas na direção x

b) excêntricas nas direções x e y

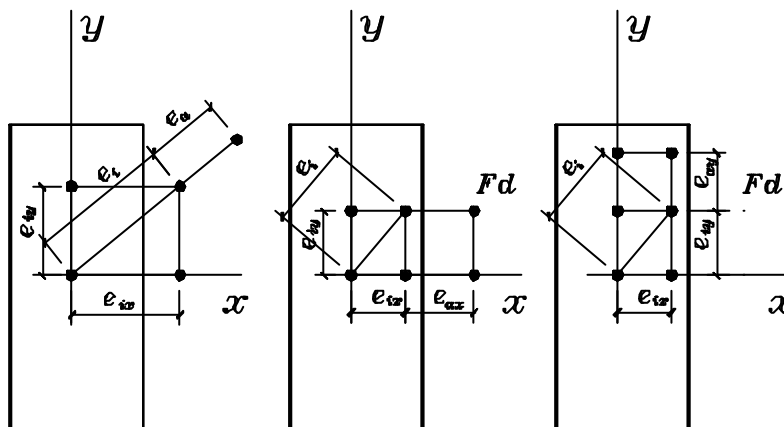
**FIGURA 27. Excêntricas (situações de cálculo) para o dimensionamento de pilares laterais com deformação - seção intermediária**

### 5.2.8.3. Excêntricas para dimensionamento de pilares de canto

Nos pilares de canto, que têm excêntricas iniciais em duas direções, também devem ser analisadas seções no topo e intermediárias, e para o cálculo de  $e_i^*$  valem as mesmas considerações já vistas para pilares laterais.

As situações de cálculo, resultantes das indicações da NB1/80, para as seções no topo e intermediária, estão indicadas nas figuras 28 e 29.

#### a) Seções extremas (topo, figura 28)

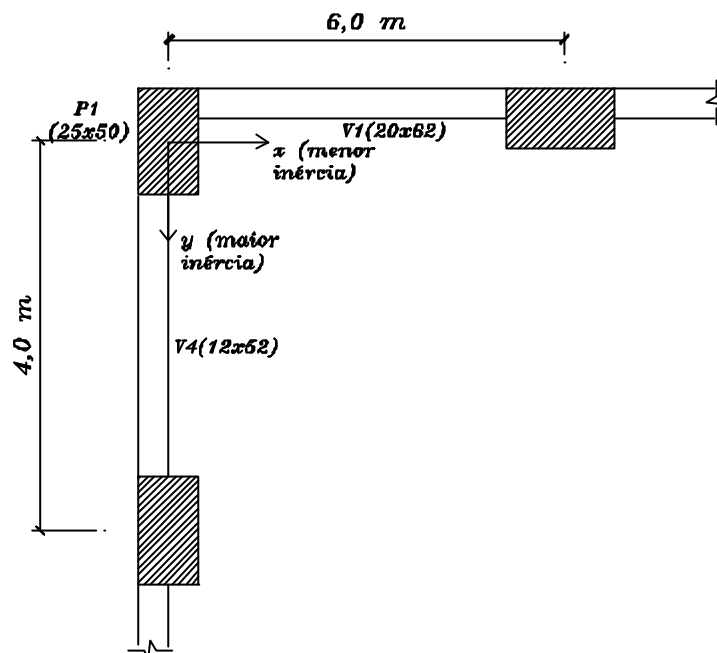


**FIGURA 28. Situações de cálculo (excêntricas a considerar) para seções no topo de pilares de canto**

#### b) seções intermediárias (meio do pilar, figura 29)



**Dados:**  $N_{P1} = 82 \text{ tf}$ ;  $f_{ck} = 15 \text{ MPa}$  ( $1500 \text{ tf/m}^2$ );  $\ell_e = 4,6 \text{ m}$  (pé-direito);  $p_{V1} = 2,0 \text{ tf/m}$  (carga na viga V1);  $p_{V2} = 1,6 \text{ tf/m}$  (carga na viga V2);  $d' = 1,5 \text{ cm}$ ; CA-50 B ( $E_s = 2,1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$ ).



## 6. DETALHAMENTO DA ARMADURA

No item 1.3 foram apresentados os tipos de armadura em pilares e as recomendações da NB1/80 quanto às quantidades máximas e mínimas em pilares e os diâmetros mínimos das barras. Serão agora relacionadas outras recomendações da NB1/80, as da NB1/00 e de diversos autores, bem como detalhes da armadura que devem ser atendidos.

O detalhamento da armadura de um pilar deve contemplar a quantidade e o posicionamento correto da armadura longitudinal e da transversal, além de indicar claramente as distâncias entre as barras, os traspasses e as barras de espera.

### 6.1. Armadura longitudinal

As barras da armadura longitudinal devem estar distribuídas ao longo da periferia da seção ou, em caso de pilares retangulares, nas situações de flexão composta e oblíqua, devem ser dispostas conforme especificado no processo de cálculo; geralmente são colocadas simetricamente em faces opostas e, no mínimo, quatro barras.

Não devem ser colocados ganchos nas extremidades das barras longitudinais comprimidas (NB1/80, item 6.3.4.1), pois estes podem forçar a camada de concreto que serve de proteção à armadura.

Os cobrimentos das armaduras em pilares, para as várias situações, é o mesmo que nos demais elementos estruturais; na NB1/80 as recomendações estão no item 6.3.3.1, e na NB1/99 em 10.4, mais especificamente nos itens 10.4.5, 10.4.6 e 10.4.7.